



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

PROYECTO FIN DE CARRERA
INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL MECÁNICA

**DESARROLLO DE UN PROGRAMA PARA EL
DISEÑO Y VERIFICACIÓN DE EJES SOMETIDOS
A FATIGA**

AUTOR:

D. FRANCISCO JOSÉ MATA AROCO

TUTORAS DEL PROYECTO:

DRA. DÑA. ESTER OLMEDA SANTAMARÍA
DRA. DÑA. M^a JESÚS LÓPEZ BOADA

SEPTIEMBRE, 2011

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría agradecer el apoyo que me han dado mis tutoras M^a Jesús y Ester a lo largo de todo el proyecto, la enorme paciencia que han tenido conmigo, todos los consejos que me han dado y la brillante idea de programar mediante Matlab, pues he aprendido muchísimo del mismo.

También quiero agradecer el apoyo que he recibido por parte de mis compañeros, que siempre han estado ahí para escucharme y ayudarme en lo que pudieran.

Por último y no menos importante, me gustaría agradecer el apoyo recibido por parte de mi familia y seres queridos, por todos los momentos que han estado a mi lado, por esos instantes que, en tiempos de flaqueza, me han ayudado a levantar la moral y a afrontar los desafíos e impedimentos del camino, por todos sacrificios que han hecho por mi, Gracias.

INDICE GENERAL

1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1	INTRODUCCIÓN	1
1.2	OBJETIVOS	2
1.3	ORGANIZACIÓN DEL PROYECTO	3

2 TIPOS DE CARGAS Y ESFUERZOS

2.1	CARGAS	4
2.1.1	ANÁLISIS DE CARGA ESTÁTICA	5
2.1.2	ANÁLISIS DE CARGA DINÁMICA	6
2.2	TENSIONES	7
2.2.1	TIPOS DE TENSIONES	8
2.2.2	CÍRCULOS DE MOHR	11
2.3	DEFORMACIÓN	13
2.3.1	DEFORMACIÓN LONGITUDINAL	13
2.3.2	DEFORMACIÓN ANGULAR	15
2.3.3	TENSOR DE DEFORMACIONES	16
2.4	VIBRACIONES	19

3 DISEÑO Y TEORÍA DE EJES

3.1	TEORÍAS DE FALLAS ESTÁTICAS	20
3.1.1	TEORÍA DE VON MISES-HENCKY	20
3.1.2	TEORÍA DE TRESCA-GUEST	23
3.1.3	TEORÍA DE COULOMB-MOHR	25
3.1.4	TEORÍA DE COULOMB-MOHR MODIFICADA	26

3.2	EL FENÓMENO DE FATIGA	28
3.2.1	INTRODUCCIÓN A LA FATIGA	28
3.2.2	MECANISMOS Y MODELOS DE FALLA	28
3.2.3	LÍMITE DE FATIGA	34
3.2.4	COEFICIENTES DE MARÍN	36
3.2.5	CRITERIOS DE FALLA POR FATIGA	45

4 PROGRAMACIÓN CON MATLAB

4.1	EL PROGRAMA MATLAB	47
4.1.1	ENTORNO DE TRABAJO	47
4.1.2	OPERACIONES Y FUNCIONES	49
4.1.3	PROGRAMACIÓN	52
4.2	MATLAB - GUIDE	55
4.2.1	ENTORNO DE TRABAJO	55
4.2.2	FUNCIONAMIENTO	64

5 EL PROGRAMA “DICAVE”

5.1	CARACTERÍSTICAS Y FUNCIONAMIENTO	66
5.2	EJEMPLO DE APLICACIÓN	87
5.3	CÁLCULO CON ADEJES	106
5.4	CÁLCULO A MANO Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS	111

6 CONCLUSIÓN Y TRABAJOS FUTUROS

6.1	CONCLUSIÓN	113
6.2	TRABAJOS FUTUROS	114

7 REFERENCIAS

7.1	REFERENCIAS	115
-----	-------------------	-----

INDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. <i>Sólido rígido [3]</i>	7
Figura 2.2. <i>Planos de corte del punto “P” [3]</i>	7
Figura 2.3. <i>Volumen infinitesimal [3]</i>	8
Figura 2.4. <i>Tensiones principales sobre un elemento infinitesimal [2]</i>	9
Figura 2.5. <i>Círculo de Mohr en el plano [4]</i>	11
Figura 2.6. <i>Círculo de Mohr en el triedro [4]</i>	12
Figura 2.7. <i>Deformación longitudinal de una viga [3]</i>	13
Figura 2.8. <i>Desplazamiento longitudinal de dos puntos de una viga [3]</i>	14
Figura 2.9. <i>Deformación angular real.</i>	15
Figura 2.10. <i>Simplificación deformación.</i>	15
Figura 2.11. <i>Puntos Q y R.</i>	15
Figura 2.12. <i>Puntos Q2 y R2</i>	15
Figura 2.13. <i>Deformación angular infinitesimal de un elemento [3]</i>	17
Figura 3.1. <i>Energía de distorsión en dos dimensiones según el límite a fluencia [2]</i>	23
Figura 3.2. <i>Teorías de Von Mises y Tresca superpuestas [2]</i>	24
Figura 3.3. <i>Teorías de Von Mises y del esfuerzo normal máximo superpuestas [2]</i>	24
Figura 3.4. <i>Círculos de Mohr en materiales frágiles [2]</i>	25
Figura 3.5. <i>Comparación de la teoría de Mohr y del esfuerzo normal [2]</i>	26
Figura 3.6. <i>Resultado de ensayos en fundición gris [2]</i>	27
Figura 3.7. <i>Rotura por fatiga [5]</i>	29
Figura 3.8. <i>Rotura por fatiga interna [6]</i>	30
Figura 3.9. <i>Imagen máquina de flexión rotatoria [7]</i>	31
Figura 3.10. <i>Imagen ejemplo límite de fatiga en curva S-N [8]</i>	31
Figura 3.11. <i>Gráfico de tensiones alternantes [7]</i>	32
Figura 3.12. <i>Imagen rotura por distintos tipos de tensiones [7]</i>	33
Figura 3.13. <i>Imagen probetas rotas por ensayo a flexión rotatoria [7]</i>	33
Figura 3.14. <i>Curva logarítmica S-N [9]</i>	35
Figura 3.15. <i>Curva logarítmica S-N de varios materiales [8]</i>	35
Figura 3.16. <i>Sensibilidad a las ranuras para flector y axil alternantes [10]</i>	40
Figura 3.17. <i>Sensibilidad a las ranuras para torsor alternante [10]</i>	41
Figura 3.18. <i>Factor Kt para cambios de radio sometido a axil alternante [10]</i>	41
Figura 3.19. <i>Factor Kt para cambios de radio sometido a flector alternante [10]</i>	41
Figura 3.20. <i>Factor Kt para cambios de radio sometido a torsor alternante [10]</i>	42
Figura 3.21. <i>Factor Kt para ranuras sometidas a axil alternante [10]</i>	42
Figura 3.22. <i>Factor Kt para ranuras sometidas a flector alternante [10]</i>	42
Figura 3.23. <i>Factor Kt ranuras sometidas a torsor alternante [10]</i>	43
Figura 3.24. <i>Factor Kt taladrados sometidos a flector alternante [10]</i>	43
Figura 3.25. <i>Factor Kt para taladrados sometidos a torsor alternante [10]</i>	43
Figura 3.26. <i>Diferentes teorías de falla superpuestas [11]</i>	45
Figura 4.1. <i>Ventana principal Matlab</i>	48
Figura 4.2. <i>Ejemplos de bifurcaciones de Matlab [12]</i>	52
Figura 4.3. <i>Dos tipos de verificación de bucles de Matlab [12]</i>	52
Figura 4.4. <i>Ventana principal Matlab-Guide.</i>	55
Figura 4.5. <i>Align Objects</i>	56
Figura 4.6. <i>Menú Editor</i>	56
Figura 4.7. <i>Tab Order Editor</i>	57
Figura 4.8. <i>Toolbar Editor</i>	57
Figura 4.9. <i>m-file del GUI</i>	58
Figura 4.10. <i>Property Inspector</i>	58

Figura 4.11. <i>Object browser</i>	59
Figura 4.12. <i>Run GUI</i>	59
Figura 4.13. <i>Panel de creación de elementos en ventana</i>	60
Figura 4.14. <i>Push button</i>	60
Figura 4.15. <i>Slider</i>	60
Figura 4.16. <i>Radio button</i>	61
Figura 4.17. <i>Check box</i>	61
Figura 4.18. <i>Edit text</i>	61
Figura 4.19. <i>Static text</i>	61
Figura 4.20. <i>Pop-up menu</i>	61
Figura 4.21. <i>List box</i>	62
Figura 4.22. <i>Toggle button</i>	62
Figura 4.23. <i>Table</i>	62
Figura 4.24. <i>Axes</i>	62
Figura 4.25. <i>Panel</i>	63
Figura 4.26. <i>Button group</i>	63
Figura 4.27. <i>Cambio de una propiedad de un elemento</i>	63
Figura 4.28. <i>Flujo de funcionamiento de una GUI [13]</i>	64
Figura 5.1. <i>Ventana de arranque del DICA VE</i>	67
Figura 5.2. <i>Esquema de explicación del programa</i>	67
Figura 5.3. <i>Ventana de inicio del DICA VE</i>	68
Figura 5.4. <i>Menú desplegable Archivo</i>	68
Figura 5.5. <i>Menú desplegable Acceso rápido</i>	68
Figura 5.6. <i>Menú desplegable Ayuda</i>	69
Figura 5.7. <i>Ventana Unidades</i>	69
Figura 5.8. <i>Ventana de aviso en Unidades</i>	70
Figura 5.9. <i>Ventana Propiedades del material</i>	70
Figura 5.10. <i>Ventana ayuda de Propiedades del material</i>	71
Figura 5.11. <i>Ventana Asignar cargas</i>	71
Figura 5.12. <i>Ventana faltan propiedades del material</i>	72
Figura 5.13. <i>Ventana los apoyos están en el mismo punto</i>	72
Figura 5.14. <i>Ventana no se han asignado cargas</i>	72
Figura 5.15. <i>Ventana distribución de esfuerzos</i>	73
Figura 5.16. <i>Ventana Acciones</i>	74
Figura 5.17. <i>Ventana esfuerzos introducidos</i>	74
Figura 5.18. <i>Ventana se borrarán los esfuerzos</i>	74
Figura 5.19. <i>Ventana sección duplicada</i>	74
Figura 5.20. <i>Ventana criterio de signos</i>	75
Figura 5.21. <i>Ventana Análisis estático</i>	75
Figura 5.22. <i>Análisis dinámico</i>	76
Figura 5.23. <i>Ventana revise los ciclos de vida</i>	76
Figura 5.24. <i>Ventana cálculo del eje sometido a fatiga</i>	77
Figura 5.25. <i>Ventana de aviso cambio de operación</i>	77
Figura 5.26. <i>Ventana edición de coeficientes de Marín</i>	78
Figura 5.27. <i>Ventana edición del límite a fatiga sin corregir</i>	79
Figura 5.28. <i>Ventana edición del acabado superficial</i>	79
Figura 5.29. <i>Ventana edición del factor de tamaño</i>	80
Figura 5.30. <i>Ventana se iterará Kb</i>	80
Figura 5.31. <i>Ventana factor de confiabilidad</i>	81
Figura 5.32. <i>Ventana factor de temperatura</i>	81
Figura 5.33. <i>Ventana factor de concentración de tensiones</i>	82
Figura 5.34. <i>Ventana factor sensibilidad a las ranuras “q”</i>	82
Figura 5.35. <i>Ventana factor concentrador específico</i>	83
Figura 5.36. <i>Ventana parámetros específicos</i>	83
Figura 5.37. <i>Ventana Chaveteros</i>	84

Figura 5.38. <i>Ventana se procederá a iterar</i>	85
Figura 5.39. <i>Ventana iterar</i>	85
Figura 5.40. <i>Ventana diámetro fuera de márgenes</i>	85
Figura 5.41. <i>Ventana ayuda en iteración</i>	86
Figura 5.42. <i>Ventana ayuda en análisis</i>	86
Figura 5.43. <i>Problema de ejemplo</i>	87
Figura 5.44. <i>Concentrador de tensiones</i>	87
Figura 5.45. <i>Propiedades del material del problema</i>	88
Figura 5.46. <i>Asignar cargas en el problema</i>	88
Figura 5.47. <i>Flectores y torsores del problema</i>	89
Figura 5.48. <i>Casillas selectoras de la posición</i>	89
Figura 5.49. <i>Cortantes en el problema</i>	90
Figura 5.50. <i>Esfuerzos introducidos en el problema</i>	90
Figura 5.51. <i>Análisis estático por Tresca</i>	91
Figura 5.52. <i>Análisis estático Von Mises</i>	91
Figura 5.53. <i>Criterio de Goodman para vida infinita</i>	92
Figura 5.54. <i>Verificación del diámetro en el problema</i>	92
Figura 5.55. <i>Casillas activadas en la ventana de edición</i>	93
Figura 5.56. <i>Límite de fatiga sin corregir del problema</i>	93
Figura 5.57. <i>Acabado superficial del material del problema</i>	94
Figura 5.58. <i>Factor de tamaño del problema</i>	94
Figura 5.59. <i>Factor de confiabilidad del problema</i>	95
Figura 5.60. <i>Factor de temperatura del problema</i>	95
Figura 5.61. <i>Sección $X=200$ tras aplicar coeficientes</i>	96
Figura 5.62. <i>Ventana principal tras sección $X=200$</i>	96
Figura 5.63. <i>Coeficientes de Marín en $X=700$</i>	97
Figura 5.64. <i>Ventana Concentrador de tensiones</i>	97
Figura 5.65. <i>Ventana Chavetero</i>	98
Figura 5.66. <i>Ventana principal de fatiga</i>	98
Figura 5.67. <i>Ventana concentrador por cambio de radio</i>	99
Figura 5.68. <i>Ventana sensibilidad de ranura</i>	99
Figura 5.69. <i>Ventana específica del cambio de radio</i>	100
Figura 5.70. <i>Ventana parámetros del concentrador de tensiones</i>	100
Figura 5.71. <i>Ventana principal con resultados</i>	101
Figura 5.72. <i>Aviso de la ventana principal</i>	101
Figura 5.73. <i>Cálculo del diámetro en ventana principal</i>	102
Figura 5.74. <i>Coeficientes de Marín con $n=1.2$</i>	102
Figura 5.75. <i>Aviso en la ventana factor de tamaño</i>	103
Figura 5.76. <i>Aviso de iteración del programa</i>	103
Figura 5.77. <i>Ventana dispuesta para editar</i>	104
Figura 5.78. <i>Ventana tras iteración</i>	104
Figura 5.79. <i>Resultado de las iteraciones</i>	105
Figura 5.80. <i>Ventana tras iterar con criterio de Soderberg para 500.000 ciclos</i>	105
Figura 5.81. <i>Ventana de inicio del ADEJES</i>	106
Figura 5.82. <i>Propiedades de material en ADEJES</i>	106
Figura 5.83. <i>Asignar cargas en ADEJES</i>	107
Figura 5.84. <i>Resultados en ADEJES</i>	107
Figura 5.85. <i>Diagrama de esfuerzos en ADEJES</i>	108
Figura 5.86. <i>Selección de valores en ADEJES</i>	108
Figura 5.87. <i>Verificación de radio en ADEJES</i>	108
Figura 5.88. <i>Verificación estática por Von Mises</i>	109
Figura 5.89. <i>Solución de Von Mises</i>	109
Figura 5.90. <i>Solución por Tresca</i>	109
Figura 5.91. <i>Verificación por Goodman</i>	110
Figura 5.92. <i>Resultados de Goodman</i>	110

INDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. <i>Clasificación de un sólido rígido sometido a distintos tipos de cargas [2]</i>	4
Tabla 3.1. <i>Aproximaciones del límite de fatiga sin corregir [9]</i>	36
Tabla 3.2. <i>Coeficientes para el cálculo del acabado superficial [9]</i>	37
Tabla 3.3. <i>Valores del factor de confiabilidad [9]</i>	39
Tabla 3.4. <i>Factor de temperatura [9]</i>	39
Tabla 5.1. <i>Diferentes coeficientes de seguridad obtenidos para el criterio de Goodman ($X=200$)</i>	112
Tabla 5.2. <i>Diferentes coeficientes de seguridad obtenidos para el caso estático ($X=200$)</i>	112

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 Introducción

La mayoría de las transmisiones de potencia entre máquinas se realizan por medio de ejes en los que van montados engranajes, correas de transmisión, juntas cardan u otros elementos de transmisión. Estos ejes pueden verse sometidos al fenómeno de *fatiga* por estados transitorios de funcionamiento, por la variación en el tiempo algunos de los parámetros que definen las cargas o por el hecho de estar girando. Esto implica que se tenga que realizar un estudio profundo sobre el modo en que este fenómeno afecta al eje.

El fenómeno conocido como *fatiga* es el causante del 75% de las roturas mecánicas y está presente en la mayoría de los elementos mecánicos en movimiento, lo que implica que sea un fenómeno a considerar, no sólo en el diseño de ejes, sino en el de la mayoría de los elementos de un conjunto mecánico.

Los criterios más usados actualmente para el estudio del fenómeno de fatiga son el criterio de *Goodman* y *Soderberg*, siendo este último más restrictivo, por lo que tiende a ser el más usado.

La complejidad e infinidad de posibilidades en las que se puede encontrar un elemento sometido a fatiga, justifica el uso de programas informáticos que faciliten y agilicen el cálculo. El programa DICA VE (Diseño Cálculo y Verificación de Ejes) desarrollado en este proyecto, pretende cumplir dichas expectativas en el ámbito del cálculo de ejes.

1.2 Objetivos

El objetivo principal del presente proyecto es el de desarrollar un programa que sea capaz de facilitar el cálculo y diseño de un eje sometido tanto a esfuerzos estáticos como dinámicos. Dicho programa pretende mejorar y solventar algunos errores de cálculo del anterior programa (ADEJES), usado en las clases prácticas de la asignatura de “Diseño de máquinas” de I.T.I. Mecánica. A continuación, se enumeran los objetivos que se han establecido para el desarrollo del programa DICAVE:

- Reducción de tiempo de cálculo:

Con la implantación del nuevo plan de estudios, los tiempos de las clases prácticas se reducirán de dos, a una hora y media por clase. Esto implica que el programa ha de resultar más ágil, de tal modo que lo que demoraba dos horas realizar con el ADEJES, suponga una hora y media con el nuevo programa.

- Mejorar el entendimiento y evitar errores:

Otro enfoque del programa es el de ayudar a comprender al alumno la relevancia del fenómeno de *fatiga* en el diseño de ejes. Es por esto por lo que se incorporan numerosas ventanas de ayuda y explicaciones con las teorías que se están aplicando.

Con el fin de evitar errores, el programa detecta si los parámetros introducidos por el usuario no tienen coherencia con las unidades utilizadas. A su vez, este es capaz de calcular los factores de concentración de tensiones, mostrando al alumno si el introducido era erróneo y a su vez homogeneizando los resultados de la clase.

- Desarrollar un programa robusto y duradero:

Matlab es uno de los programas más utilizados en el campo de las ciencias e ingeniería gracias a su potencia de cálculo [1]. Es fácil disponer de múltiples recursos en línea, ejemplos y guías que fomentan su uso.

Otro de los puntos fuertes de *Matlab* es su entorno gráfico GUIDE, de fácil uso, y la herramienta SIMULINK, capaz de realizar simulaciones e interactuar con elementos externos de una manera simple.

Por último, y gracias a comentarios explicativos establecidos en el código, se brinda la oportunidad de seguir ampliando el programa en un futuro.

1.3 Organización del proyecto

El proyecto consta de 6 capítulos, siendo el primero de ellos el presente INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.

- En el capítulo 2, se realiza una introducción al modo en el que pueden aplicarse cargas sobre un sólido rígido, las tensiones que se producen en el mismo, su deformación y una breve reseña sobre vibraciones y sus efectos.

- En el capítulo 3, se describen los diferentes criterios de falla estática y por fatiga que se usan en la actualidad, algunos modos de rotura de elementos sometidos a fatiga y el modo de aplicación de los diferentes Coeficientes de Marín.

- El capítulo 4 explica brevemente el funcionamiento del programa Matlab, algunas cualidades del mismo y ejemplos de su GUI (*Graphical user interface*), mediante el cual se ha creado el DICAVE (Diseño Cálculo y Verificación de Ejes).

- En el capítulo 5 se justifica la creación del programa DICAVE, se realiza un ejemplo de funcionamiento y se comparan los resultados obtenidos con el ADEJES y con los obtenidos a mano.

- El capítulo 6 expone la conclusión del proyecto y los trabajos futuros que pueden desarrollarse.

- Por último, el capítulo 7 posee todas las referencias empleadas para el desarrollo del proyecto.

CAPÍTULO 2. TIPOS DE CARGAS Y ESFUERZOS

A lo largo de este capítulo se introducen aspectos esenciales de resistencia de materiales. En primer lugar, se describen los tipos de cargas a los que suele estar sometido un sólido rígido, su caracterización y la primera y segunda Ley de Newton. En segundo lugar se procederá a detallar las tensiones que aparecen como consecuencia del estado de cargas del sólido rígido. Por último se explicarán las deformaciones sufridas por los elementos y el modo de calcularlas.

2.1 Cargas

Para poder realizar el estudio de un sólido rígido, en primer lugar se han de identificar las cargas a las que está sometido el mismo. Una vez establecidas, se procedería, si el mismo está en movimiento, a la evaluación de cargas producidas por la inercia. Las cargas externas a las que está sometido, así como las producidas por su propio movimiento pueden variar en dirección, sentido y magnitud, lo que justifica que se realice la siguiente clasificación de cargas:

Tabla 2.1. Clasificación de un sólido rígido sometido a distintos tipos de cargas [2]

Sólido rígido	Cargas constantes	Cargas alternantes
Estacionario	<i>Clase 1</i>	<i>Clase 2</i>
Dinámico	<i>Clase 3</i>	<i>Clase 4</i>

A continuación se describen las características de cada una de las cuatro clases de sólidos rígidos sometidos a cargas de la Tabla 2.1.

- Clase 1: El sólido rígido es estacionario y se encuentra sometido a cargas constantes de dirección, sentido y magnitud. Un ejemplo de este sistema puede ser una lámpara de techo. Las cargas a las que está sometida son las causadas por su propio peso y las variaciones de carga por ser sustituida o instalada son despreciables respecto al mismo.
- Clase 2: Se trata de un sólido rígido estacionario sometido a cargas alternantes. Estas cargas pueden ser alternantes en dirección, sentido y magnitud. Un ejemplo de estas características sería una señalización de carretera que es estacionaria pero sin embargo se ve sometida a cargas alternantes producidas por la fuerza que el viento aplica sobre ella.
- Clase 3: Se trata de un sólido rígido dinámico sometido a cargas constantes. Estas cargas no varían de dirección, sentido y magnitud respecto de un sistema de referencia fijo. No obstante, al ser dinámico, si se establece un sistema de referencia solidario al sólido rígido, puede observarse como, respecto al mismo, estas varían su dirección. Un ejemplo de esta clase puede ser un eje de transmisión diseñado para transmitir potencia a unos regímenes de funcionamiento constantes. Las cargas a las que está sometido son las reacciones en los apoyos y las correspondientes al elemento transmisor unido. Todas son constantes de valor y posición si se parte de que está en funcionamiento, pero al situar un sistema de referencia fijo al eje, puede comprobarse como respecto del mismo las cargas van cambiando su dirección cíclicamente según gira.
- Clase 4: Se trata de un sólido rígido dinámico sometido a cargas alternantes. La característica de este sistema es que a parte de ser dinámico, las cargas varían en dirección, sentido y magnitud respecto de un sistema de referencia fijo. Suele ser característico de mecanismos que trabajan a velocidades altas donde las fuerzas de inercia toman una relevancia importante. Un ejemplo de esta clase puede ser el cigüeñal de un motor de combustión interna. Además de ser móvil está sometido a esfuerzos cíclicos que varían con la posición y con la etapa en la que el motor se encuentre (admisión, compresión, combustión y escape).

De los cuatro casos mencionados anteriormente, tres requieren un análisis de cargas dinámicas mientras que sólo uno de cargas estáticas.

2.1.1 Análisis de carga estática

A continuación se describirá la Primera Ley de Newton, que establece los criterios que han de cumplirse para realizar un análisis estático de un sólido rígido.

Primera Ley de Newton: *Un cuerpo se mantiene en reposo o en movimiento a una velocidad constante y en línea recta a menos que una fuerza externa actúe sobre él.*

De acuerdo con la primera ley de Newton, se establece que tanto para fuerzas lineales como para momentos o pares de torsión aplicados en cualquiera de los tres planos, el sumatorio de todos en sus respectivas coordenadas ha de ser cero. Esto puede verse reflejado en las ecuaciones 2.1.

$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= 0 & \sum F_y &= 0 & \sum F_z &= 0 \\
 \sum M_x &= 0 & \sum M_y &= 0 & \sum M_z &= 0
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

2.1.2 Análisis de carga dinámica

Para realizar un análisis de carga dinámica de un sólido rígido se establecen los criterios marcados por la Segunda Ley de Newton.

Segunda Ley de Newton: *Si una fuerza externa actúa sobre un cuerpo, éste se acelera en la misma dirección y sentido que se aplique la fuerza.*

De acuerdo con la segunda ley de Newton se establece que tanto para fuerzas lineales como para momentos o pares de torsión aplicados en cualquiera de los tres planos, debe cumplirse en cualquier sólido rígido las ecuaciones 2.2 y 2.3.

$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= m \cdot a_x \\
 \sum F_y &= m \cdot a_y
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

$$\begin{aligned}
 \sum F_z &= m \cdot a_z \\
 \sum M_x &= I_x \alpha_x - (I_y - I_z) \omega_y \omega_z \\
 \sum M_y &= I_y \alpha_y - (I_z - I_x) \omega_z \omega_x \\
 \sum M_z &= I_z \alpha_z - (I_x - I_y) \omega_x \omega_y
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

2.2 Tensiones

La tensión se define como la fuerza por unidad de área. Las tensiones se distribuyen de una manera variable dentro de un sólido rígido según las cargas a las que esté sometido y la forma del mismo. Si se toma y analiza un punto “P” de un sólido rígido tal como se muestra en la figura 2.1, este debe encontrarse sometido a esfuerzos tal que la resultante de los mismos sea cero, es decir, que se encuentre en equilibrio [3]. Si se analizan los planos de corte que pasan por dicho punto (figura 2.2), pueden obtenerse las tensiones a los que está sometido en el mismo y, de este modo, establecer el equilibrio entre estos.

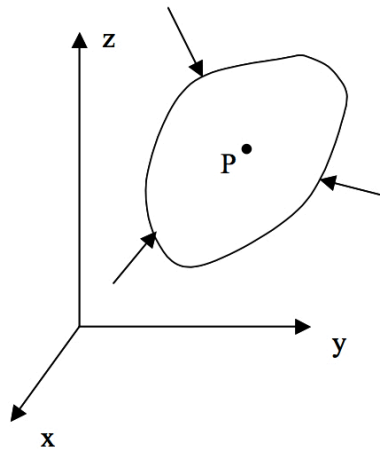


Figura 2.1. Sólido rígido [3]

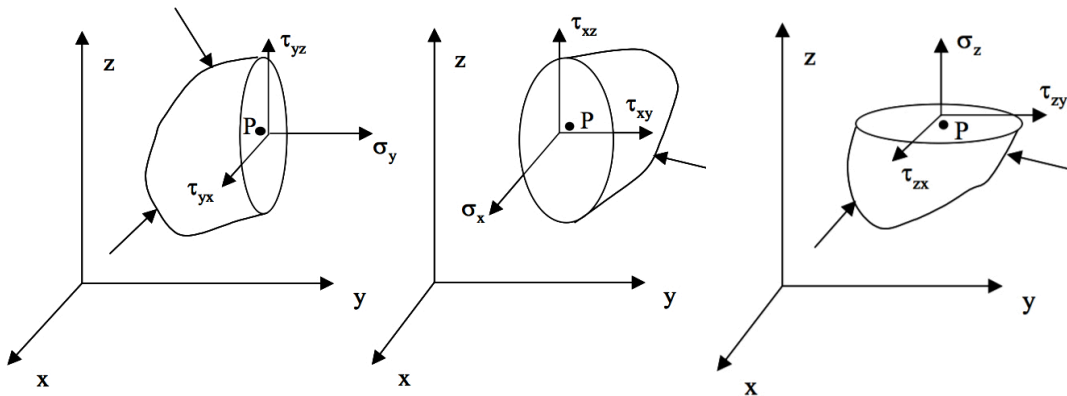


Figura 2.2. Planos de corte del punto “P” [3]

Tras analizar las tensiones que aparecen en los diferentes planos de corte del sólido rígido de la figura 2.2, puede aproximarse el punto “P” como un elemento cúbico de volumen infinitesimal, de tal modo que las tensiones pueden quedar representadas tal y como se muestra en la figura 2.3.

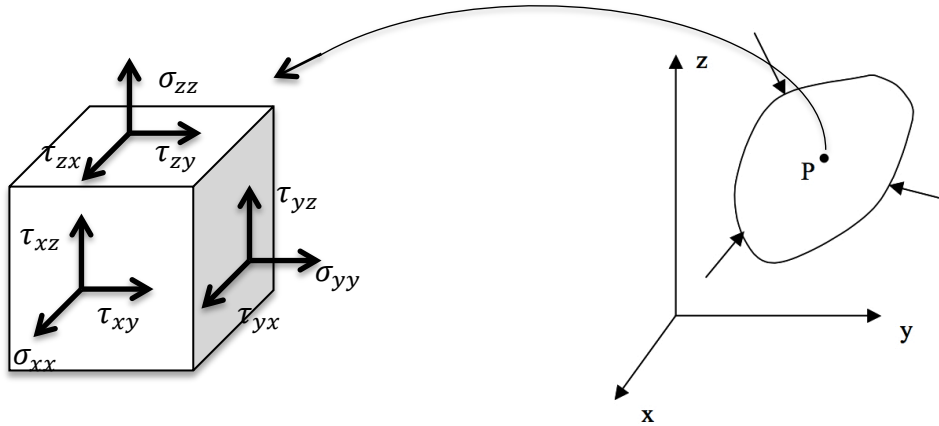


Figura 2.3. Volumen infinitesimal [3]

2.2.1 Tipos de tensiones

Tras analizar el sólido rígido y realizar el anterior estudio sobre un elemento infinitesimal del mismo, cabe explicar las diferentes tensiones que aparecen en este.

- **Tensiones normales:** las tensiones normales actúan de manera perpendicular a la cara del cubo y por tanto conllevarán al mismo a sufrir esfuerzos de tracción o compresión en la cara aplicada. Estos esfuerzos también se les denomina como esfuerzos axiales o axiales.
- **Tensiones tangenciales:** las tensiones cortantes actúan de manera paralela a la cara del cubo. Esto implica que causarán en el mismo tensiones a cortadura. Cabe añadir que el esfuerzo flector que se intuiría por la aplicación de un esfuerzo cortante en la cara del cubo no aparece al tratarse de elementos infinitesimales, y por tanto las distancias entre las aplicaciones de las cargas serían cero.

Estas componentes normales y tangenciales que actúan sobre el elemento infinitesimal forman una matriz denominada “*tensor de tensiones*” $[T]$ (ver ecuación 2.4). Se establece por tanto que un esfuerzo crea en un elemento infinitesimal un tensor de tensiones de tantas filas y columnas como planos de trabajo existan, siendo para el caso del tridimensional el siguiente:

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Existen casos en los que, aunque los elementos mecánicos constan de tres dimensiones, por razones de cálculo se pueden simplificar los cubos infinitesimales a superficies cuadradas infinitesimales. De este modo, se consigue una reducción de los términos del tensor de tensiones quedando el mismo tal y como se muestra en la ecuación 2.5.

$$T = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Las tensiones dependen de la forma del sólido rígido, de las cargas, y del elemento infinitesimal seleccionado. No obstante, también dependen de la posición de los ejes de coordenadas en los que se sitúe el elemento. Tras la infinidad de posiciones en las que puede encontrarse estos elementos, se han definido como “*tensiones normales principales*” a aquellos en los que en las caras del elemento infinitesimal, sólo existen tensiones normales. En consecuencia se definen como “*planos principales*” y “*ejes principales*” a los pertenecientes a la disposición en la que se den las tensiones normales principales. Del mismo modo, se han denominado “*tensiones tangenciales principales*” a aquellos en los que en las caras del elemento infinitesimal, sólo existen tensiones tangenciales. En la figura 2.4 pueden verse dichas tensiones en el plano.

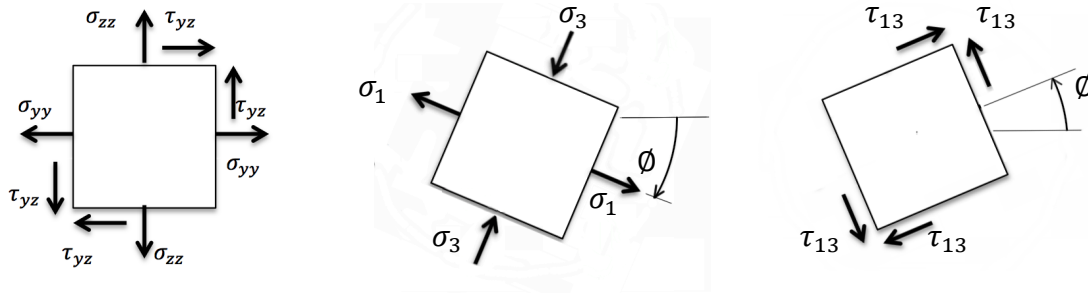


Figura 2.4. Tensiones principales sobre un elemento infinitesimal [2]

A la hora del diseño mecánico, resulta de gran importancia evitar que las tensiones a las que está sometido un elemento superen a las máximas que puede soportar. Por tanto, es relevante obtener de una manera lo más simple posible los valores máximos de las tensiones tangenciales y normales a las que va a estar sometido.

La mayoría de los metales cumplen que sus propiedades de resistencia son uniformes en todas las direcciones. De modo que, mediante la ecuación 2.6, pueden obtenerse las tensiones principales a las que está sometido un elemento infinitesimal del sólido rígido.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = 0 \quad (2.6)$$

De la ecuación 2.6 puede obtenerse, para el plano, la ecuación 2.7.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix} = 0 \quad (2.7)$$

donde σ es la magnitud de la tensión principal y n_x , n_y , y n_z los cosenos directores del vector unitario \vec{n} normal al plano principal. De modo debe cumplirse que $\vec{n} \cdot \vec{n} = 1$ siendo $\vec{n} = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k}$.

Para poder resolver el sistema de ecuaciones 2.6, el determinante de la matriz de coeficientes ha de ser cero; tal y como se muestra en la ecuación 2.8. Si esto se cumple, puede obtenerse la ecuación 2.9

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0 \quad (2.8)$$

$$\sigma^3 - C_2 \cdot \sigma^2 - C_1 \cdot \sigma - C_0 = 0 \quad (2.9)$$

donde:

$$\begin{aligned} C_0 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 \\ C_1 &= \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 - \sigma_x \sigma_y - \sigma_y \sigma_z - \sigma_z \sigma_x \\ C_2 &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \end{aligned}$$

De las tres raíces de la ecuación 2.9 se obtienen las tres tensiones principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ caracterizadas por cumplir que $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

Una vez obtenidas las tres tensiones principales pueden obtenerse las tensiones tangenciales principales como se muestran en la ecuación 2.10.

$$\tau_{13} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} \quad \tau_{21} = \frac{|\sigma_2 - \sigma_1|}{2} \quad \tau_{32} = \frac{|\sigma_3 - \sigma_2|}{2} \quad (2.10)$$

2.2.2 Círculos de Mohr

Los círculos de Mohr, ideados por el Ingeniero Otto Mohr (1835-1918), son una solución gráfica e intuitiva para la obtención de las tensiones principales mediante giro de los ejes de coordenadas. También es válido para la obtención de las tensiones de un elemento infinitesimal que se encuentra girado cierto ángulo.

Este método se basa en un círculo en el cual han de contenerse los estados tensionales de un elemento infinitesimal y sea cual sea el giro que sufre el mismo, estos seguirán encontrándose en un punto del círculo. Respecto a los ejes de coordenadas, uno representa el valor de las tensiones normales mientras que el otro las tangenciales.

A la hora de girar el elemento hay que tener en cuenta que, aunque su eje de coordenadas forma 90° , el representado en el círculo de Mohr lo hace como 180° . De este modo si el elemento girase 5° , en el círculo de Mohr se girarían 10° , por lo que se establece la ecuación 2.11.

$$\theta_{Mohr} = 2 \cdot \theta_{real} \quad (2.11)$$

El método es muy útil para el cálculo de elementos infinitesimales contenidos en el plano y es válido también para elementos tridimensionales en el que una de sus tensiones principales ocurre a lo largo de un eje de coordenadas. En la figura 2.5 y 2.6 se muestran unos ejemplos del círculo de Mohr para un elemento infinitesimal en el plano y en el triedro.

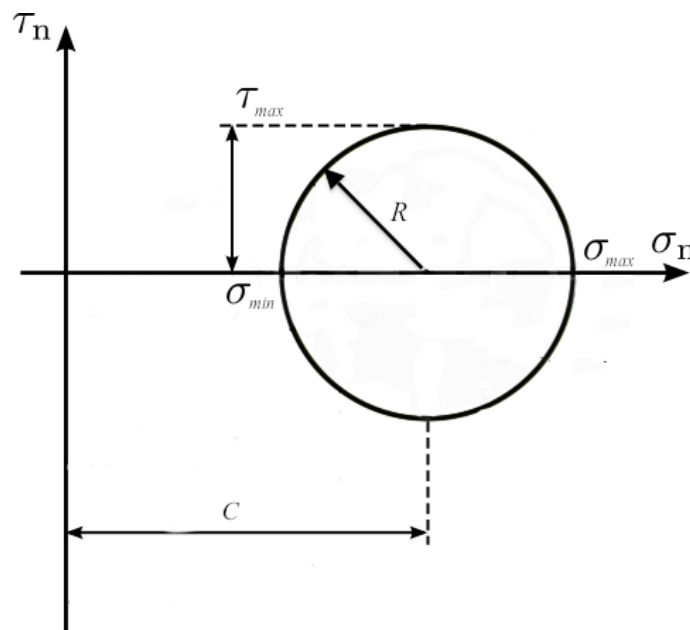


Figura 2.5. Círculo de Mohr en el plano [4]

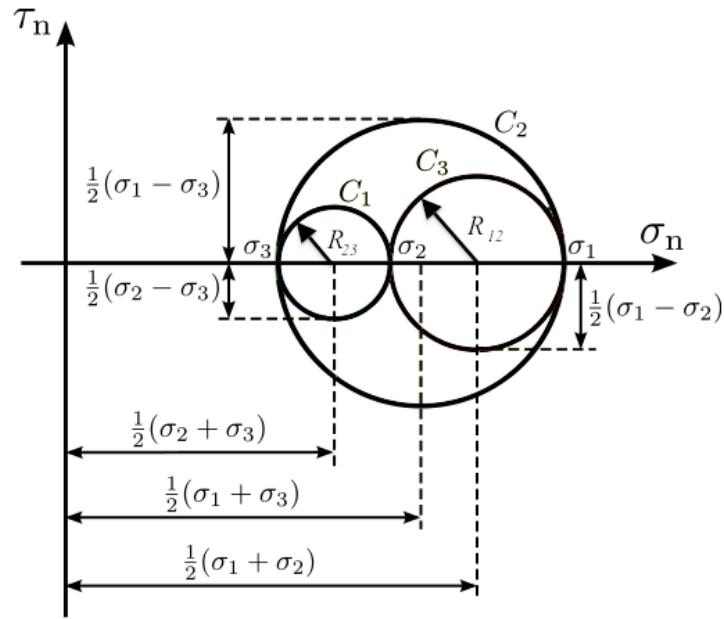


Figura 2.6. Círculo de Mohr en el triedro [4]

siendo parámetros característicos del mismo y necesarios para el giro de cualquier elemento infinitesimal el *centro* “C” y *radio* “R” tal y como se muestran en las ecuaciones 2.12 y 2.13 respectivamente.

$$C = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (2.12)$$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.13)$$

2.3 Deformación

Cuando se aplican cargas a un sólido, este se deforma adquiriendo una nueva geometría distinta de la que poseía originalmente. La hipótesis que se considera es la de pequeñas deformaciones [3], por lo que la geometría inicial y la deformada serán “extremadamente parecidas”. El porqué de hacer esta hipótesis es que se simplifican extraordinariamente todos los cálculos que se realizan para la obtención de las deformaciones y se corresponden, en gran medida, con las situaciones reales en muchos casos.

2.3.1 Deformación longitudinal

La *deformación longitudinal o elongación* “ ε_l ” se define como el cociente entre la variación de longitud “ Δl ” que experimenta un sólido por estar sometido a un esfuerzo axial y la longitud inicial “ l_0 ” que poseía antes de estar sometido al mismo, tal y como se muestra en la ecuación 2.14. En la figura 2.7 se muestra un ejemplo gráfico de la misma.

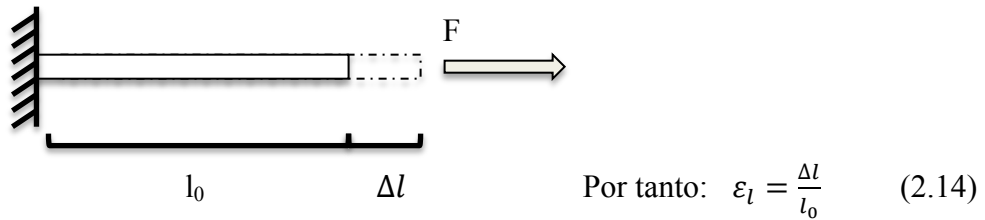


Figura 2.7. Deformación longitudinal de una viga [3]

Del mismo modo, si se sitúan posteriormente en la barra los puntos P y Q, con una separación entre los mismos de Δx , y el centro del sistema de coordenadas en el empotramiento (Figura 2.8); puede verse como, tras la elongación, estos puntos se han desplazado $u(P)$ y $u(Q)$ respectivamente; pudiéndose establecer la elongación en función de los mismos tal y como puede verse en la ecuación 2.15. Esta ecuación de la elongación se define como la *Elongación de Cauchy*.

$$\varepsilon_x(P) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P_2 Q_2 - PQ}{PQ} \quad (2.15)$$

No obstante, por medio de la figura 2.8 se puede llegar a otra expresión de la elongación que no dependa de los puntos P y Q elegidos, como se muestra en la ecuación 2.18:

$$P_2 Q_2 = 0 Q_2 - 0 P_2 = [x + \Delta x - u(Q)] - [x + u(P)] \quad (2.16)$$

$$P_2 Q_2 - PQ = u(Q) - u(P) = \Delta u \quad (2.17)$$

$$\varepsilon_x(P) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \left(\frac{du}{dx} \right)_P \quad (2.18)$$

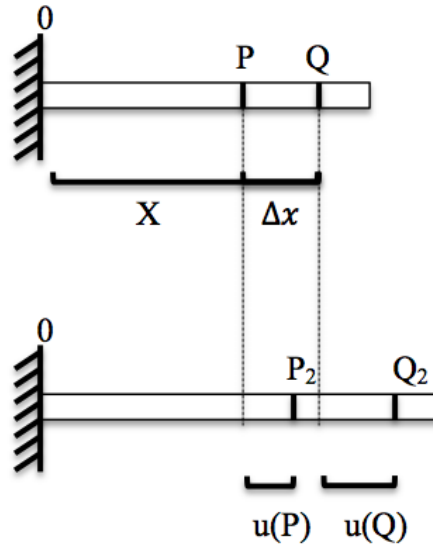


Figura 2.8. Desplazamiento longitudinal de dos puntos de una viga [3]

Existen otras teorías para obtener la elongación tales como la teoría de Green (1973-1841) y la de Almansi (1869-1948). No obstante, en el caso de pequeñas deformaciones, ambas teorías coinciden con la teoría de Cauchy.

- Teoría de deformación de Green:

$$\varepsilon_{Green} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(P_2 Q_2)^2 - (PQ)^2}{2(PQ)^2} \rightarrow \varepsilon_{Green} = \varepsilon \left(1 + \frac{\varepsilon}{2} \right) \quad (2.19)$$

- Teoría de deformación de Almansi:

$$\varepsilon_{Almansi} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(P_2 Q_2)^2 - (PQ)^2}{2(P_2 Q_2)^2} \rightarrow \varepsilon_{Almansi} = \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{2+\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} \right) \quad (2.20)$$

2.3.2 Deformación angular

La *deformación angular* “ γ ” se define, para pequeñas deformaciones, como el cociente entre el desplazamiento “ δ ” que sufre una cara sometida a un esfuerzo “ τ ” paralelo a la misma, y la distancia “ h ” de esta a la cara opuesta (esto es, estando esta última empotrada como se puede ver en la figura 2.9). No obstante para facilitar el cálculo se realiza una simplificación tal y como se muestra en la figura 2.10.

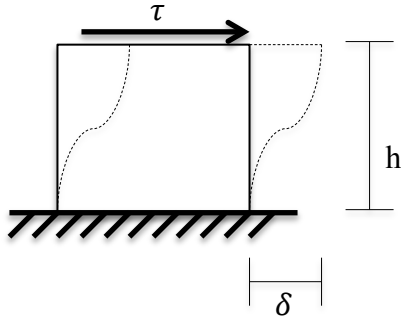


Figura 2.9. Deformación angular real

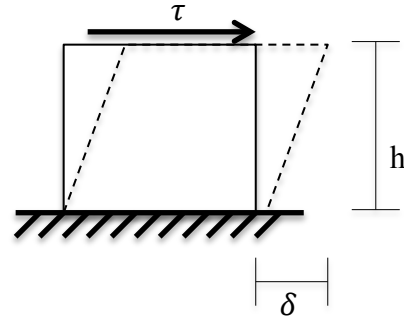


Figura 2.10. Simplificación deformación

El valor “ γ ” se expresa en radianes, y para el caso de pequeñas deformaciones, se debe cumplir que:

$$\operatorname{tg}(\gamma) \approx \gamma = \frac{\delta}{h} \quad (2.21)$$

Por lo tanto, si se tienen los segmentos \overline{PR} y \overline{PQ} , siendo P el centro de giro y Q y R dos puntos de un elemento infinitesimal (figura 2.11); puede verse que tras aplicar el esfuerzo, los puntos Q y R se han desplazado cierto ángulo (figura 2.12), y la deformación angular tomará la expresión de la ecuación 2.22:

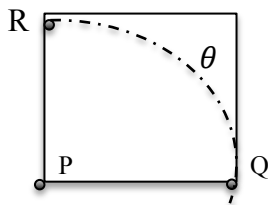


Figura 2.11. Puntos Q y R

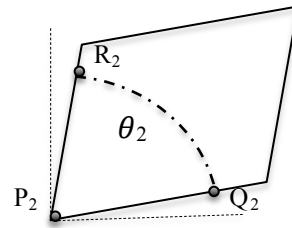


Figura 2.12. Puntos Q_2 y R_2

$$\gamma_p = \lim_{\substack{Q \rightarrow P \\ R \rightarrow P}} [\theta - \theta_2] \quad (2.22)$$

2.3.3 Tensor de deformaciones.

Considerando la hipótesis de pequeñas deformaciones y mediante las expresiones obtenidas en los apartados 2.3.1 y 2.3.2, puede obtenerse el denominado “*tensor deformación (D)*” para elementos infinitesimales como los tratados en el apartado 2.2. que se muestra en la ecuación 2.23.

$$D = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

donde

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned}$$

quedando por tanto el tensor deformación como

$$D = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{zx}}{2} & \frac{\gamma_{zy}}{2} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

donde $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ son las deformaciones longitudinales en el punto del elemento que se considera en las direcciones de los ejes de coordenadas

$\gamma_{xy}, \gamma_{yx}, \gamma_{xz}, \gamma_{zx}, \gamma_{yz}, \gamma_{zy}$ son las denominadas “*deformaciones ingenieriles*”.

A continuación se procederá estudiar un elemento infinitesimal cuadrado en el plano, cuya finalidad es la de explicar la razón por la cual los componentes de la diagonal del tensor deformaciones son justo la mitad que el resto de componentes.

En primer lugar y para facilitar el cálculo, se situarán las aristas para que coincidan con el eje de coordenadas. Posteriormente se analizarán detalladamente los desplazamientos que sufren las aristas contenidas en los ejes de coordenadas, denominadas PA y PB, tal y como se muestra en la figura 2.13.

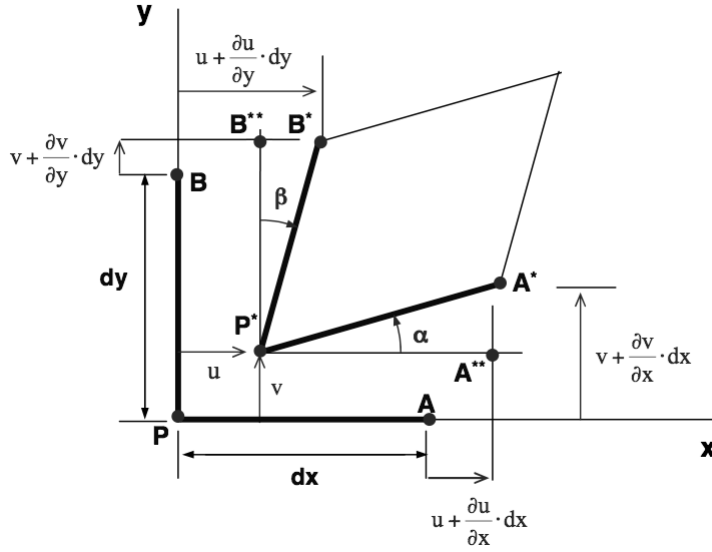


Figura 2.13. Deformación angular infinitesimal de un elemento [3]

Puesto que el estudio se lleva a cabo mediante un elemento infinitesimal, ha de cumplirse lo siguiente:

$$\varepsilon_x = \frac{P^*A^* - PA}{PA} \approx \frac{P^*A^{**} - PA}{PA} \rightarrow \varepsilon_x = \frac{(dx + u + \frac{\partial u}{\partial x}dx - u) - dx}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_y = \frac{P^*B^* - PB}{PB} \approx \frac{P^*B^{**} - PB}{PB} \rightarrow \varepsilon_y = \frac{(dy + v + \frac{\partial v}{\partial y}dy - v) - dy}{dy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.26)$$

Del mismo modo:

$$\tan \alpha = \frac{A^{**}A^*}{P^*A^{**}} = \frac{\frac{\partial v}{\partial x}dx}{dx + u + \frac{\partial u}{\partial x}dx - u} = \frac{\frac{\partial v}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u}{\partial x}} \rightarrow \alpha \approx \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.27)$$

$$\tan \beta = \frac{B^{**}B^*}{P^*B^{**}} = \frac{\frac{\partial u}{\partial y}dy}{dy + v + \frac{\partial v}{\partial y}dy - v} = \frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{1 + \frac{\partial v}{\partial y}} \rightarrow \beta \approx \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.28)$$

Por lo tanto, se obtiene que la deformación ingenieril γ_{xy} es:

$$\gamma_{xy} = \alpha + \beta = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 2 \cdot \varepsilon_{xy} \quad (2.29)$$

Al igual que en las tensiones, existen unos “*planos principales*” y “*ejes principales*” en los que se dan las deformaciones longitudinales máximas y deformaciones angulares máximas.

Cumpliendo con la hipótesis de deformación uniforme, la obtención de los planos principales se lleva a cabo mediante la resolución de:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x - \varepsilon & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y - \varepsilon & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z - \varepsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = 0 \quad (2.30)$$

donde ε es la magnitud de la deformación principal y n_x , n_y , y n_z los cosenos directores del vector unitario “ \vec{n} ” normal al plano principal. De modo debe cumplirse que $\vec{n} \cdot \vec{n} = 1$ siendo $\vec{n} = n_x \vec{i} + n_y \vec{j} + n_z \vec{k}$.

Para poder resolver el sistema de ecuaciones 2.30, el determinante de la matriz de coeficientes ha de ser cero; tal y como se muestra en la ecuación 2.31. Si esto se cumple, puede obtenerse la ecuación 2.32

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_x - \varepsilon & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y - \varepsilon & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_z - \varepsilon \end{vmatrix} = 0 \quad (2.31)$$

$$\varepsilon^3 - C_2 \cdot \varepsilon^2 - C_1 \cdot \varepsilon - C_0 = 0 \quad (2.32)$$

donde

$$\begin{aligned} C_0 &= \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + 2\varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz} \varepsilon_{zx} - \varepsilon_x \varepsilon_{yz}^2 - \varepsilon_y \varepsilon_{zx}^2 - \varepsilon_z \varepsilon_{xy}^2 \\ C_1 &= \varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2 - \varepsilon_x \varepsilon_y - \varepsilon_y \varepsilon_z - \varepsilon_z \varepsilon_x \\ C_2 &= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \end{aligned}$$

Para la obtención de los planos principales también pueden usarse los círculos de Mohr, tal y como se describen en el apartado 2.2.2. Cabe por último remarcar la similitud entre los resultados obtenidos en este apartado y los obtenidos en el apartado 2.2.1.

El estudio de las tensiones y deformaciones es también relevante a la hora de estudiar que un sólido que se encuentre en movimiento entre en resonancia. El programa DICAVE no estudia este fenómeno. No obstante en el capítulo 2.4 se hará una pequeña reseña sobre el fenómeno de resonancia y la relevancia de las vibraciones en elementos.

2.4 Vibraciones

Todos aquellos sistemas que contienen elementos de almacenamiento de energía poseen unas determinadas frecuencias naturales [2]. Cualquier masa en movimiento almacena energía cinética y cualquier resorte almacena energía potencial. Todos los elementos mecánicos están fabricados de materiales elásticos y, por tanto, actúan como resortes. Así mismo, todos los elementos que tienen masa y velocidad almacenarán también energía cinética; por lo que un sistema dinámico vibrará transfiriendo cierta energía cinética a potencial y viceversa. Esta transmisión de energía se manifiesta por medio de deformaciones en el elemento mecánico.

Cualquier elemento sometido a una carga que varía en dirección, sentido o magnitud con el tiempo vibrará. Dependiendo de si esta carga es transitoria o cíclica pueden clasificarse dos tipos de vibración:

- **Vibración libre:** Aparece cuando un elemento es sometido a una carga transitoria aplicada en un instante de tiempo. Esto provoca una deformación que, tras dejar de ser aplicada, se convierte en una oscilación libre del elemento.
- **Vibración forzada:** Aparece cuando un elemento es sometido a una carga cíclica que se repite a lo largo de un periodo concreto de tiempo. En este caso, si la frecuencia de aplicación de la carga coincide con la frecuencia natural del elemento, la amplitud de la vibración aumentará cíclicamente, causando la rotura del mismo. Este fenómeno se conoce como “*resonancia*”.

Cabe añadir que el programa DICAVE no tiene en cuenta el fenómeno de las vibraciones a la hora del cálculo de ejes por lo que, si este fuera necesario, debería realizarse con otro programa.

CAPÍTULO 3. DISEÑO Y TEORÍAS DE EJES

A continuación, se procederá a introducir los diferentes modos y teorías por las cuales un elemento sometido a esfuerzos puede fallar, definiéndose como *falla* al momento en que un elemento se distorsiona tanto como para dejar de ejercer su función [2]. Se comenzará introduciendo las “Teorías de fallas estáticas”, en las que la rotura del elemento depende en gran parte de las propiedades mecánicas del material que lo compone. En segundo lugar, se desarrollarán las “Teorías de fallas por fatiga”, en las que la rotura del elemento es, en mayor parte, función de los ciclos a los que está sometido, sin por ello dejar de tener en cuenta los esfuerzos estáticos. Por último, se aplicarán ambas teorías en el diseño de ejes.

3.1 Teorías de fallas estáticas

En general, los materiales dúctiles sometidos a cargas estáticas están limitados por su resistencia a cortante, mientras que los frágiles están limitados por su resistencia a tracción. Esta situación implica que se debe desarrollar, por lo menos, una teoría para cada tipo de material con el fin de cubrir las posibles necesidades. En primer lugar se procederá a introducir las teorías más utilizadas con materiales dúctiles, siendo estas la *Teoría de Von Mises-Hencky* y la *Teoría de Tresca-Guest* y, a continuación, se expondrán las teorías más utilizadas con materiales frágiles, siendo las mismas la *Teoría de Coulomb-Mohr* y la *Teoría de Coulomb-Mohr modificada*.

3.1.1 Teoría de Von Mises-Hencky

El mecanismo microscópico de fluencia se entiende que se debe al deslizamiento relativo de los átomos del material dentro de su estructura de red. Este deslizamiento es causado por esfuerzos cortantes acompañados por distorsión en la forma de la pieza. La energía almacenada en la pieza por causa de esa distorsión es un indicador de la magnitud del esfuerzo cortante presente. Para la obtención de una expresión que sea capaz de cuantificar la energía de distorsión se comenzará analizando la energía de deformación.

Suponiendo que la curva tensión-deformación de un material es lineal hasta el punto de fluencia, puede expresarse la energía de deformación como:

$$U = \frac{1}{2} \sigma \cdot \varepsilon \quad (3.1)$$

Si en la ecuación 3.1 se tiene en cuenta para un estado tridimensional en el que el elemento se encuentra sobre los planos principales, y por esto las tensiones normales sean máximas, se obtiene que la energía total de deformación es la mostrada en la ecuación 3.2.

$$U = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) \quad (3.2)$$

Si se opera se puede dejar dicha expresión en función de las tensiones principales tal y como se muestra en la ecuación 3.3

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2 - \nu \sigma_3) \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \nu \sigma_1 - \nu \sigma_3) \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} (\sigma_3 - \nu \sigma_1 - \nu \sigma_2) \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde “E” es el modulo de Young y “ν” el coeficiente de Poisson que, sustituyendo en la ecuación 3.2 se obtiene que:

$$U = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3)] \quad (3.4)$$

La energía total de deformación “U” se puede considerar que es la formada por la energía hidrostática “U_h”, siendo esta la correspondiente a tensiones uniformes a lo largo del material, que es la causante del cambio del volumen de la pieza; y la energía de distorsión “U_d”, causante de la modificación de la forma. De este modo se establecerá la ecuación 3.5.

$$U = U_h + U_d \quad (3.5)$$

Si se establecen las tensiones principales como la suma de las tensiones creadas por las energías “U_h” y “U_d”, se obtiene que la tensión hidrostática es el mostrado en la ecuación 3.6:

$$\sigma_h = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (3.6)$$

Una vez despejado el esfuerzo hidrostático, se introduce en la ecuación 3.1. Posteriormente se sigue el mismo patrón que el usado para llegar de la expresión 3.4, obteniéndose la ecuación 3.7 de la energía hidrostática.

$$U_h = \frac{1-2\nu}{6E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] \quad (3.7)$$

Una vez obtenida la energía hidrostática se puede obtener la energía de distorsión restando a la energía total la hidrostática:

$$U_d = U - U_h = \frac{1+\nu}{3E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3] \quad (3.8)$$

Realizando un ensayo a tracción, en el que $\sigma_1 = S_y$ (Siendo S_y la resistencia a fluencia) y $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, y una vez se sustituyen los valores en la ecuación 3.8, se puede obtener la expresión 3.9.

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E} S_y^2 \quad (3.9)$$

Si posteriormente esta última se sustituye en la ecuación 3.8, se obtiene que:

$$S_y = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3} \quad (3.10)$$

la expresión 3.10 también puede expresarse en función de las tensiones aplicadas, quedando por tanto como:

$$S_y = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (3.11)$$

En el caso de tensiones contenidos en el plano, la expresión 3.11 se simplifica y queda tal y como se muestra en la ecuación 3.12. Puede verse como, en la figura 3.1, la ecuación 3.12 describe una elipse en la que están contenidos todos los estados tensionales seguros.

$$S_y = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3^2} \quad (3.12)$$

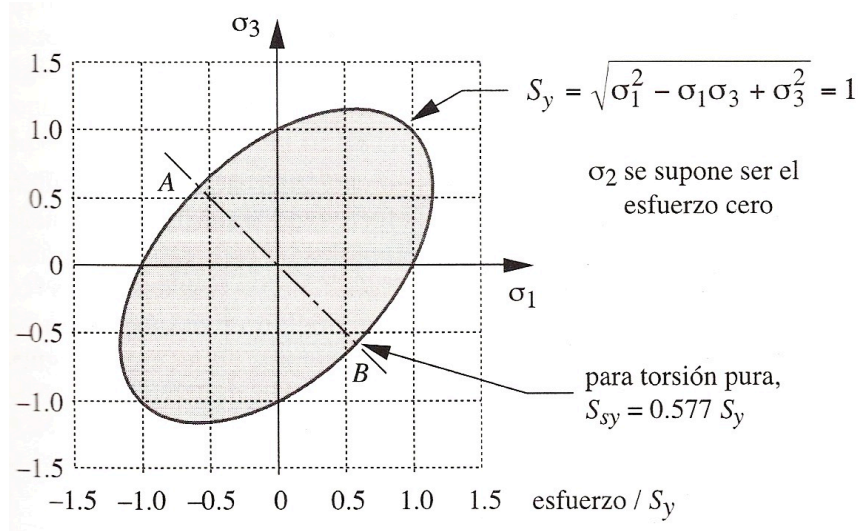


Figura 3.1. Energía de distorsión en dos dimensiones según el límite a fluencia [2]

Si la ecuación 3.12 se estudia para el caso en el que el material se encuentra sometido a cortante puro, los esfuerzos principales quedan establecidos como $\sigma_1 = -\sigma_3 = \tau$ y $\sigma_2 = 0$. Este estado tensional puede verse en la figura 3.1 como la línea A-B, siendo A y B los puntos en los que el elemento fallará. Introduciendo estos valores en dicha ecuación se puede llegar a la expresión 3.13, estableciendo, de este modo, la posibilidad de obtener el límite de fluencia a cortante del material en función del límite de fluencia a tracción del mismo.

$$S_y^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_1 + \sigma_1^2 = 3\sigma_1^2 = 3\tau_{max}^2 \rightarrow \tau_{max} = \frac{S_y}{\sqrt{3}} \quad (3.13)$$

3.1.2 Teoría de Tresca-Guest

La teoría del esfuerzo cortante máximo establece que la falla ocurre cuando el esfuerzo cortante máximo que aparece en una pieza, excede al esfuerzo cortante en una probeta sometida a tensión normal en el punto de fluencia, siendo este punto la mitad del límite a fluencia a tracción. Por tanto:

$$S_y > (\sigma_1 - \sigma_3) \quad (3.14)$$

De este modo, la teoría de Tresca-Guest es más restrictiva que la de Von Mises-Hencky ya que esta última establecía que el límite de fluencia elástica a cortante era aproximadamente 0.577 veces el límite a fluencia elástica normal. En la figura 3.2 se muestran ambas teorías superpuestas, de modo que puede verse como la zona segura de

Tresca es menor que la de Von mises y, además, para el caso de tensiones en el plano, se encuentra en el interior de la misma compartiendo seis puntos comunes. También puede apreciarse como los puntos críticos en los que el elemento rompería para esfuerzos cortantes puros “C” y “D”, son más restrictivos que en el caso de Von Mises.

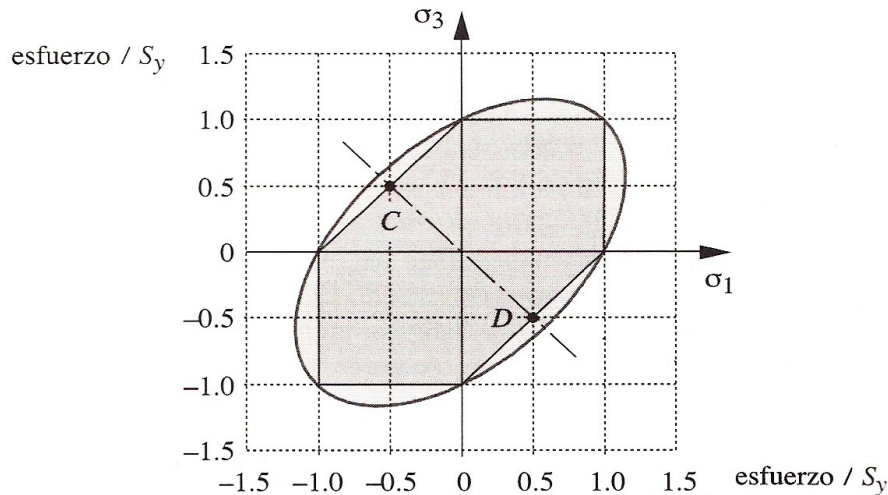


Figura 3.2. Teorías de Von Mises y Tresca superpuestas [2]

Existe también una teoría denominada “Teoría del esfuerzo normal máximo”, que establece que ocurrirá la falla del elemento cuando el esfuerzo axial en la probeta llegue a cierto límite de la resistencia a tracción, como el límite de fluencia a tensión elástico o la resistencia última a tracción. Esta teoría es menos restrictiva que la de Tresca y Von Mises y, además, tiene en cuenta sólo los esfuerzos normales, por lo que no se debería usar en materiales dúctiles ya que su rotura es causada mayoritariamente por esfuerzos cortantes. En la figura 3.3 puede verse como la zona segura de diseño para la teoría del esfuerzo normal máximo, se sale de la elipse marcada por la teoría de Von Mises en el segundo y cuarto cuadrante, siendo en esta zona el criterio de falla obtenido muy inseguro.

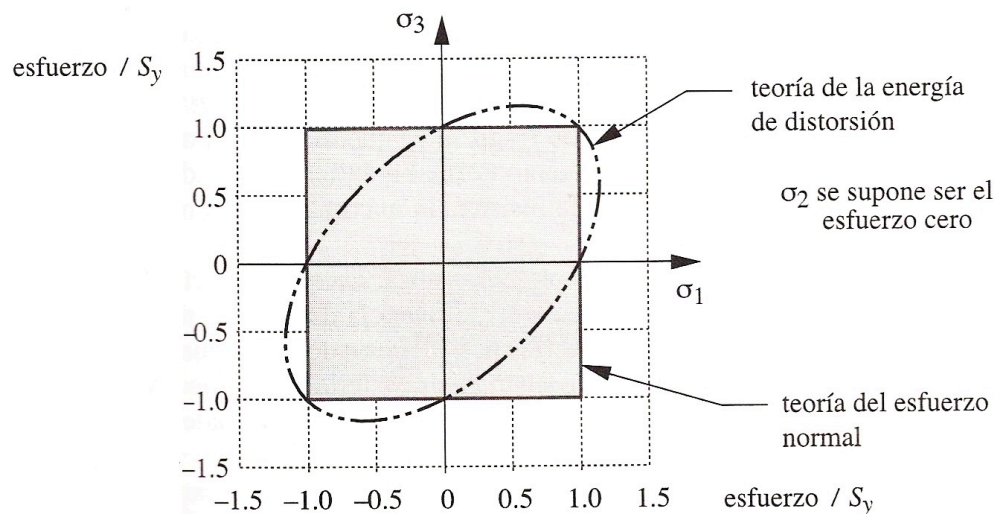


Figura 3.3. Teorías de Von Mises y del esfuerzo normal máximo superpuestas [2]

3.1.3 Teoría de Coulomb-Mohr

Los materiales frágiles se fracturan en lugar de deformarse. La *fractura frágil a tracción* se considera causada por el esfuerzo normal, por lo que es posible, en este caso, aplicar la teoría del esfuerzo normal máximo. La *fractura frágil a compresión* se debe, en cambio, a una combinación de esfuerzos normales a compresión y cortantes, por lo que se requieren distintas teorías para el estudio de cada uno de los casos.

Si se realizan ensayos tanto a tracción como a compresión en materiales frágiles, las tensiones máximas que soportan a compresión son mayores que las soportadas a tracción. De esta propiedad pueden representarse los círculos de Mohr correspondientes a ambos estados y, de este modo, obtener las *líneas de falla* que como puede verse en la figura 3.4, dependen del esfuerzo cortante y normal. Del mismo modo, puede observarse como, si la tensión máxima a compresión del material aumenta, también lo hace el cortante máximo, con lo que se puede establecer que este estado dificulta los deslizamientos a cortantes del material causantes de la falla por cortante.

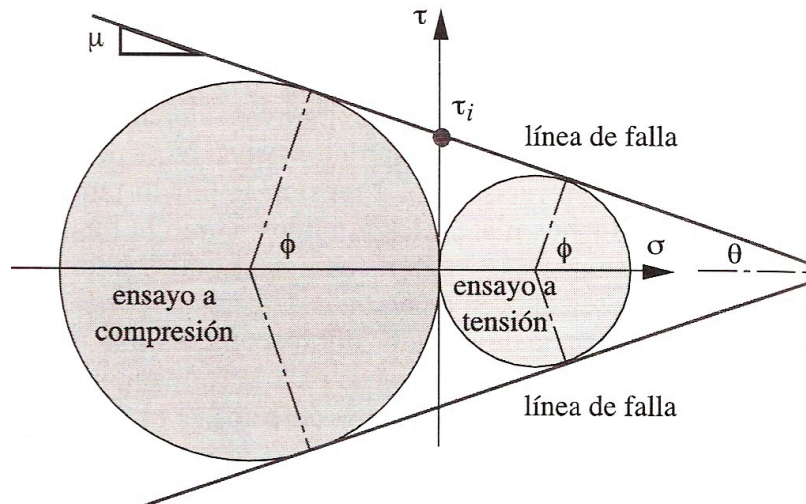


Figura 3.4. Círculos de Mohr en materiales frágiles [2]

Los resultados obtenidos conllevan a la teoría de Coulomb-Mohr sobre la falla frágil, siendo la misma una adaptación de la teoría del esfuerzo normal máximo. En la figura 3.5 se muestra el caso para dos dimensiones del área segura para la teoría de Coulomb-Mohr comparada con la del esfuerzo normal máximo para materiales uniformes y no uniformes. Puede verse que la teoría del esfuerzo normal máximo en un material no uniforme no tiene en cuenta, en el segundo y cuarto cuadrante, la independencia de esfuerzos normales y cortante. Estos efectos los intenta tener en cuenta Coulomb-Mohr al conectar mediante diagonales las esquinas opuestas de estos dos cuadrantes. Puede verse como existe una similitud con la teoría del esfuerzo cortante máximo por las diagonales introducidas. No obstante, no comparte la simetría del criterio de Tresca ya que el material no posee propiedades uniformes y usa como límites seguros la resistencia última a tracción del material en vez de su resistencia a fluencia.

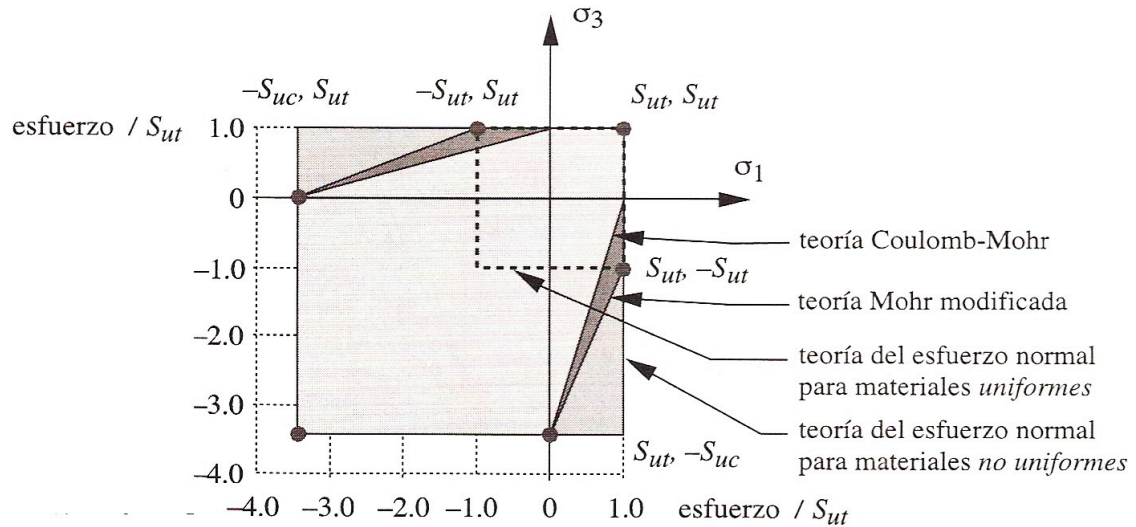


Figura 3.5. Comparación de la teoría de Mohr y del esfuerzo normal [2]

La teoría de Coulomb-Mohr puede, por tanto, quedar establecida mediante la siguiente relación:

$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} - \frac{\sigma_3}{S_{uc}} = 1 \quad (3.15)$$

donde S_{ut} es la resistencia última del material a tracción y S_{uc} la resistencia última a compresión, debiendo cumplirse que $\sigma_1 > 0$, $\sigma_3 < 0$ y $S_{uc} > 0$.

3.1.4 Teoría de Coulomb-Mohr modificada

La teoría de Coulomb-Mohr modificada surge al realizar ensayos de comprobación de la teoría de Coulomb-Mohr. Estos experimentos daban como resultado que las fallas del elemento no seguían las diagonales marcadas por su primera teoría en esfuerzos en el plano, sino que, como puede verse en la figura 3.6, estas se mantenían según la teoría del esfuerzo normal máximo a tracción hasta valores de $\sigma = S_{ut}$. Posteriormente, describían una línea diagonal que unía las esquinas extremas de los cuadrantes correspondientes a las teorías del esfuerzo normal máximo a compresión y tracción, estableciendo, de este modo, una teoría de falla segura con un margen menos restrictivo.

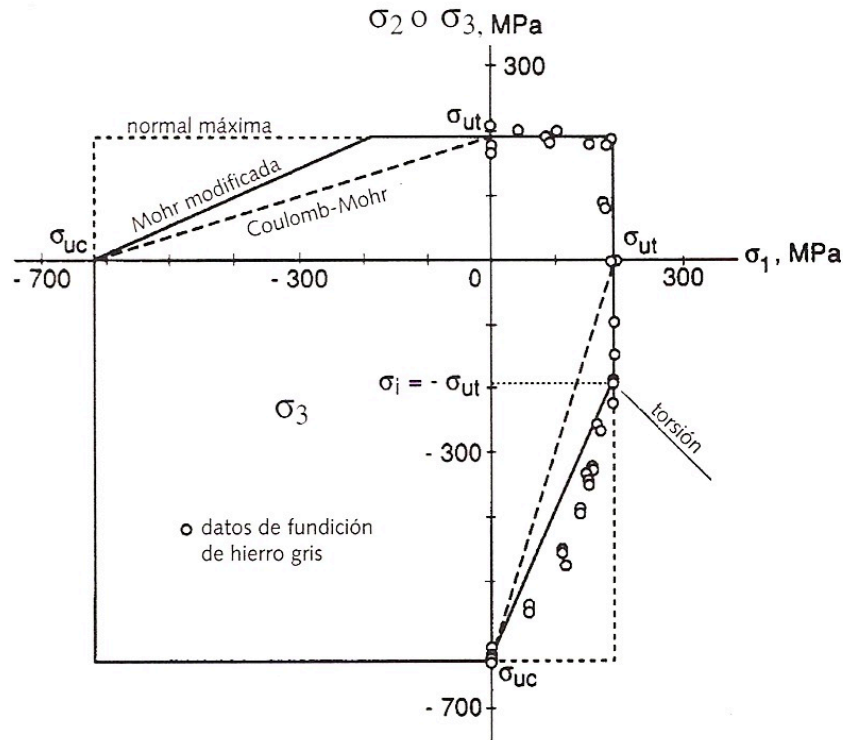


Figura 3.6. Resultado de ensayos en fundición gris [2]

La teoría de Coulomb-Mohr modificada establecía por tanto que, para diferentes estados, existirían diferentes ecuaciones que describirían la tensión máxima que no se ha de superar. Si se establece en el plano que $\sigma_1 > \sigma_3 > 0$ y $\sigma_2 = 0$, la tensión máxima a la que puede estar sometido el elemento será:

$$S_{ut} > \sigma_1 \quad (3.16)$$

Por el contrario, si el elemento se encuentra sometido a un estado tensional tal que, se encuentre en la recta diagonal que une las teorías del esfuerzo normal máximo a compresión y tracción, la tensión máxima quedará en función de la resistencia última a tracción y compresión del material, como:

$$S_{ut}S_{uc} > S_{uc}\sigma_1 - S_{ut}(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (3.17)$$

3.2 El fenómeno de fatiga

El fenómeno de fatiga se observó por primera vez en 1800, cuando empezaron a fallar los ejes de los vagones del ferrocarril al poco tiempo de ser instalados. Estaban fabricados de acero dúctil, pero mostraban falla súbita de tipo frágil. En 1843 Rankine publicó un estudio en el cual postuló que el material se había “cristalizado” y hecho frágil debido a los esfuerzos fluctuantes. El término “fatiga” se aplicó por primera vez en 1839, aunque por aquel entonces todavía no se entendía el mecanismo de las fallas y la causa de la aparición de rotura frágil. A lo largo de los años, e impulsado por la Segunda Guerra Mundial, se realizó un importante avance en la determinación de las causas, y en la actualidad es un fenómeno notablemente estudiado. No obstante, se sigue buscando respuestas sobre el mecanismo de fatiga.

3.2.1 Introducción a la fatiga

En la mayoría de los ensayos para determinar las propiedades de los materiales que se relacionan con el diagrama tensión-deformación, la carga se aplica de forma gradual para intentar aproximarse a un estado de carga estática. Los ensayos de esta clase se denominan *ensayos estáticos*.

Sin embargo, con frecuencia los elementos mecánicos se encuentran sometidos a una variación de los esfuerzos para los que han sido diseñados, una variación que en su mayoría es cíclica y que fluctúa entre ciertos niveles. A menudo se determina que los elementos de máquinas han fallado bajo esfuerzos fluctuantes; no obstante, puede verse como estos nunca superan la resistencia última del material y, frecuentemente, tampoco el límite elástico del mismo.

3.2.2 Mecanismos y modelos de falla

El fenómeno de *fatiga* aparece en elementos mecánicos sometidos a cargas variables, ya sean en magnitud, posición, dirección o sentido. Estos elementos se ven sometidos a tensiones alternantes que producen la creación de micro-fisuras en zonas donde hay elementos concentradores de tensiones tales como chaveteros, cambios de sección, etc. O bien por la falta de homogeneidad natural de la estructura de cualquier material y que se ve alterada aún más en el proceso de fabricación.

En las roturas de elementos en los que están aplicadas cargas estáticas, puede observarse que el material comienza a deformarse plásticamente antes de fallar. En cambio, el fenómeno de fatiga presenta un gran problema y es que el elemento rompe sin presentar ningún indicio antecesor y bajo tensiones de valores muy por debajo de su

límite de fluencia. Esto sucede ya que las micro-fisuras, van aumentando su tamaño con los ciclos y reduciendo por tanto el material útil que trabaja. Si el elemento supera un número de ciclos determinado, las fisuras serán tan relevantes que el resto del material no podrá soportar todo los esfuerzos y romperá bruscamente.

Las roturas de elementos mecánicos por fatiga presentan unas características generales en las que pueden observarse tres zonas principales:

1. Primera zona: Es el punto de iniciación de la micro-fisura. Este punto se caracteriza por ser un concentrador de tensiones conocido (cambio de diámetro, chavetero, etc.) o bien desconocido (irregularidades del material, tensiones internas, etc.).
2. Segunda zona: Es por esta por la cual la grieta se propaga cíclicamente partiendo desde la zona 1, y reduciendo el área de material útil que trabaja.
3. Tercera zona: Es la zona que rompe bruscamente al ser esta insuficiente para aguantar las solicitaciones por haberse reducido el área útil de trabajo.

En la figura 3.7 pueden observarse las tres zonas descritas anteriormente características de una rotura por fatiga.

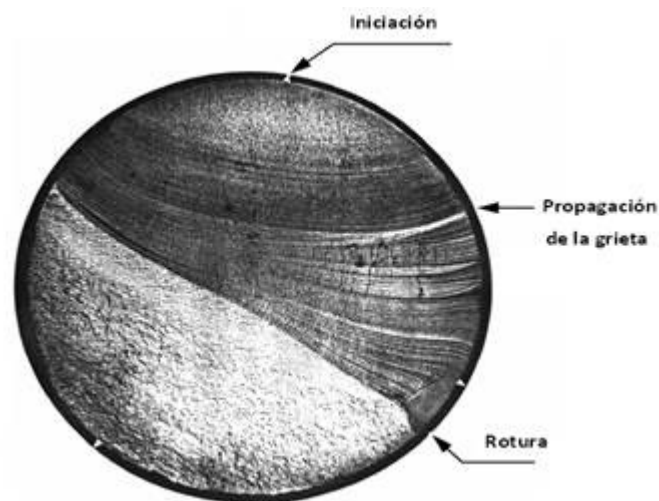


Figura 3.7. Rotura por fatiga [5]

No obstante, el inicio de propagación de la rotura también puede darse en el interior por concentradores de tensión internos e irregularidades del material, quedando las tres zonas de propagación como se muestran en la figura 3.8.

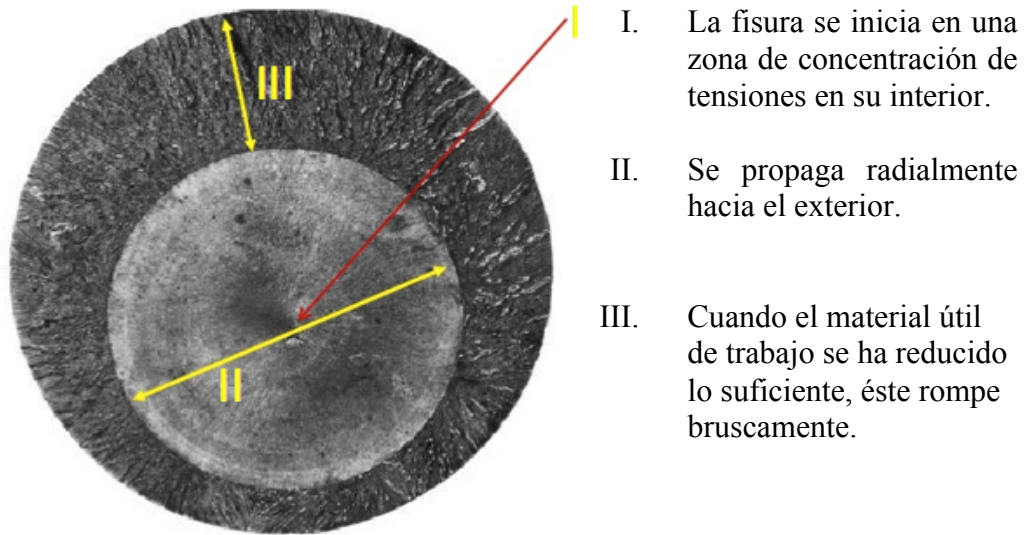


Figura 3.8. Rotura por fatiga interna [6]

Desde el punto de vista del diseño de elementos sometidos a fatiga, estos presentan una serie de dificultades específicas:

- Los cálculos de vida en fatiga son mucho menos precisos que otros cálculos de elementos mecánicos.
- Las características de fatiga de un material hay que medirlas directamente.
- Hay que hacer ensayos sobre prototipos de tamaño real.
- Se requiere una interpretación estadística de los resultados.

Para poder simular un estado de cargas variable, se inducen estados tensionales alternantes sobre el componente a estudiar mediante el ensayo de flexión rotatoria Wöhler [7]. Esta es una manera simple y económica de realizar ensayos a fatiga, no obstante se puede realizar mediante técnicas más costosas.

Para realizar el ensayo de flexión rotatoria se dispone de una probeta de sección circular montada sobre un elemento que proporciona un giro a la misma en disposición horizontal. En el extremo opuesto de la probeta se añade una carga constante conocida y

se analiza el número de ciclos hasta su rotura. Las velocidades de giro a las que se realicen los ensayos han de estar normalizadas según la norma ASTM E468-90 [7]. Así, realizando múltiples ensayos y modificando la carga aplicada, se obtendrá el número de ciclos que dura la probeta.



Figura 3.9. Imagen máquina de flexión rotatoria [7]

Tras realizar los ensayos correspondientes, se puede observar como en materiales férricos se obtiene una curva S-N como la mostrada en la *figura 3.10*. Para algunos materiales existe en dicha curva un valor de la tensión por debajo del cual la probeta no rompe, es decir, tiene vida infinita. A esta tensión se le da el nombre de *Límite a fatiga*. Sobre esta curva se hablará más detalladamente en el apartado 3.2.3.

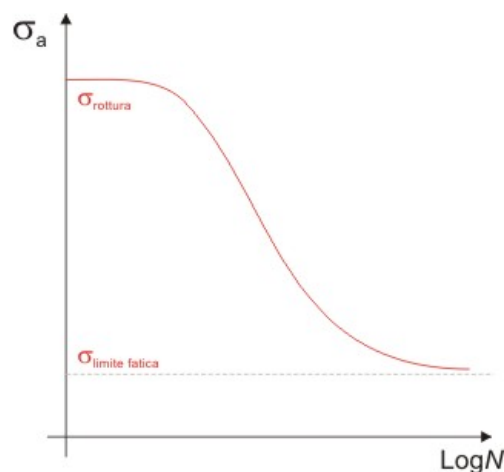


Figura 3.10. Imagen ejemplo límite de fatiga en curva S-N [8]

A la hora de definir el estado tensional de un elemento durante un ensayo o estudio del mismo, este se realiza por medio de los parámetros de *Tensión media* “ σ_m ” y *Tensión alternante* “ σ_a ”, que dependen directamente de las *Tensiones máximas* “ σ_{max} ” y *Tensiones mínimas* “ σ_{min} ” a las que esté sometido elemento tal y como se muestra en la ecuación 3.18. En la figura 3.11 puede verse un ejemplo de estado tensional cíclico.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (3.18)$$

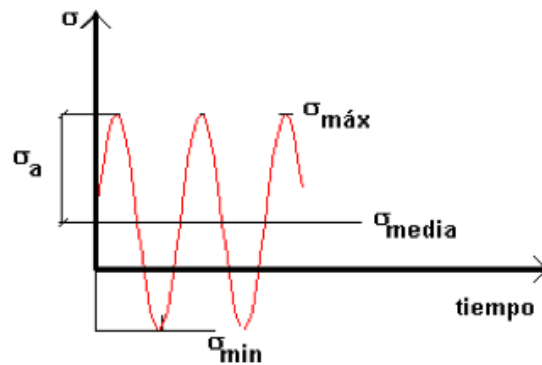


Figura 3.11. Gráfico de tensiones alternantes [7]

La amplitud de las tensiones influye no sólo en la vida del elemento, sino también en las zonas de propagación de grieta y rotura brusca del material. Esto es, que al aumentar la tensión a la que está sometido, las áreas de las zonas II y III de la figura 3.8, variarán siguiendo los siguientes criterios:

- Si se aumenta la amplitud de las tensiones, el área de rotura brusca será mayor, por lo que la rotura del elemento habrá sido mayoritariamente producida por la incapacidad del mismo de soportar la tensión aplicada.
- Si se disminuye la amplitud de las tensiones, el área de rotura brusca será menor, por lo que la rotura del elemento habrá sido mayoritariamente producida por la propagación de las micro-fisuras.

En la figura 3.12 se muestran tres ensayos de viga rotatoria realizados sobre el mismo tipo de probeta en las que se han variado las cargas aplicadas, con la consiguiente variación de ciclos hasta rotura.

· Ensayo 1:

· $\sigma_a = 700 \text{ Mpa.}$

· $N = 728 \text{ ciclos.}$

· Ensayo 2:

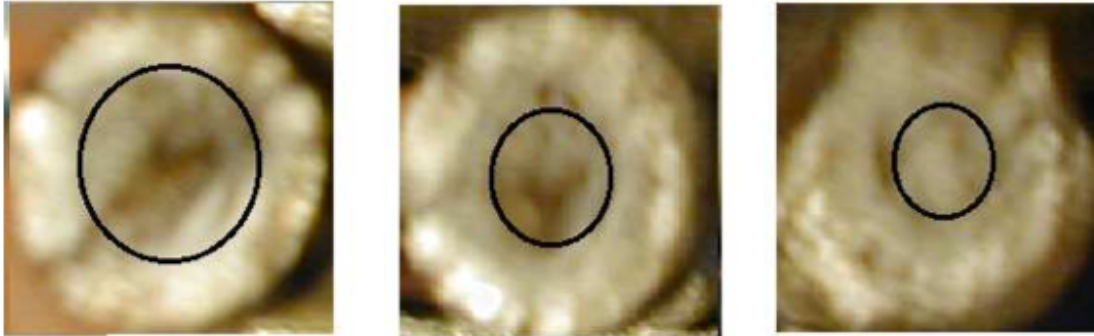
· $\sigma_a = 559 \text{ Mpa.}$

· $N = 3998 \text{ ciclos.}$

· Ensayo 3:

· $\sigma_a = 489 \text{ Mpa.}$

· $N = 49712 \text{ ciclos.}$

**Figura 3.12.** Imagen rotura por distintos tipos de tensiones [7]

Teniendo en cuenta que las zonas rodeadas pertenecen a las *áreas de rotura brusca* y, tras los ensayos realizados, puede observarse como se cumple el criterio de áreas de rotura, siendo el *área de rotura brusca* menor cuanto menor es la tensión aplicada.

La diferencia del tipo de rotura es obvia no sólo por el área, sino también por la forma de la misma. En la figura 3.13 puede observarse como en la probeta sometida a 489Mpa, la rotura es mucho más limpia que en la sometida a 700Mpa.

· Ensayo 1:

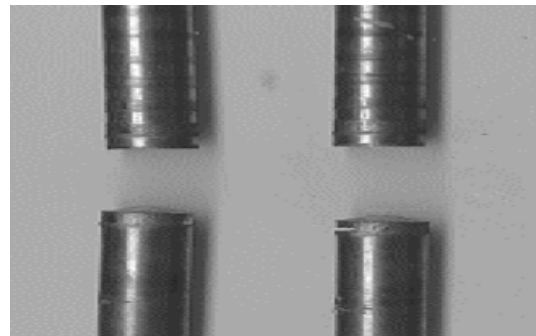
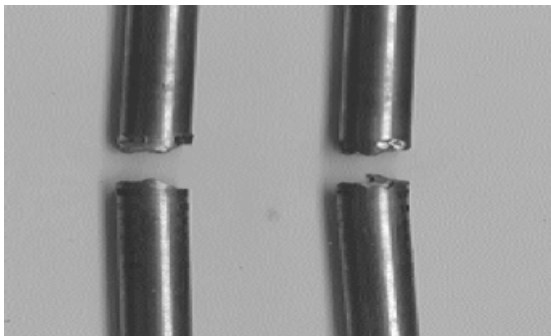
· $\sigma_a = 700 \text{ Mpa.}$

· $N = 728 \text{ ciclos.}$

· Ensayo 3:

· $\sigma_a = 489 \text{ Mpa.}$

· $N = 49712 \text{ ciclos.}$

**Figura 3.13.** Imagen probetas rotas por ensayo a flexión rotatoria [7]

Para intentar evitar la rotura inesperada se puede someter a la pieza a diversas inspecciones con el fin de localizar una posible fisura inicial y sustituir el elemento si fuera preciso. Las técnicas más utilizadas para la detección de fisuras son:

Fisuras superficiales:

- Líquidos penetrantes.
- Isótopos radioactivos.
- Propiedades magnéticas de los elementos.

Fisuras interiores:

- Ultrasonidos.

3.2.3 Límite de fatiga

El límite de fatiga se define como “*la tensión a partir de la cual un elemento mecánico soportará un número ilimitado de ciclos sin romper*”. Esta tensión se obtiene mediante ensayos de viga rotatoria o por cálculo mediante coeficientes de corrección. Dichos coeficientes pretenden aproximar el comportamiento del elemento en cuestión sometido a tensiones alternantes y prever sus ciclos de vida sin realizar ensayos.

En la figura 3.14 puede verse el *diagrama de fatiga de Goodman S-N*, típico de materiales férricos en las que se diferencian claramente tres zonas principales:

- Ciclo bajo: Puede observarse como en esta zona los ciclos de vida del elemento mecánico se van reduciendo lentamente hasta llegar a 10^3 , en donde existe una reducción del 10% de la tensión respecto de la inicial.
- Ciclo alto: En esta segunda zona puede verse como la pendiente es mayor, por lo que las tensiones se van reduciendo más rápidamente que en el ciclo bajo, llegando a un mínimo en 10^6 ciclos.
- Vida infinita: Es a partir de 10^6 ciclos, cuando el material (en este caso férrico) muestra una estabilización de la tensión. Esta tensión es la denominada “Límite de fatiga”.

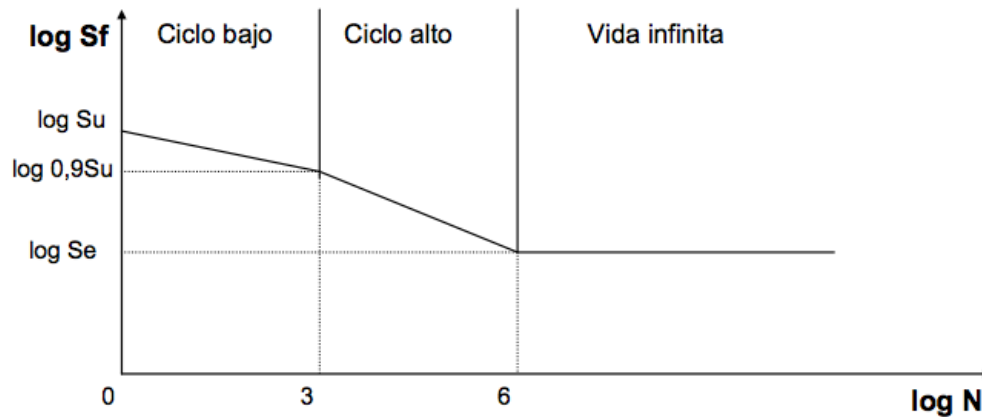


Figura 3.14. Curva logarítmica S-N [9]

El gráfico de la figura 3.14 sólo se corresponde con materiales férricos ya que otros, como el aluminio, no poseen vida infinita, es decir, la tensión en función de los ciclos nunca llega a estabilizarse. En la figura 3.15 se muestra un gráfico de las curvas S-N logarítmicas de diferentes materiales a partir de 10^5 ciclos.

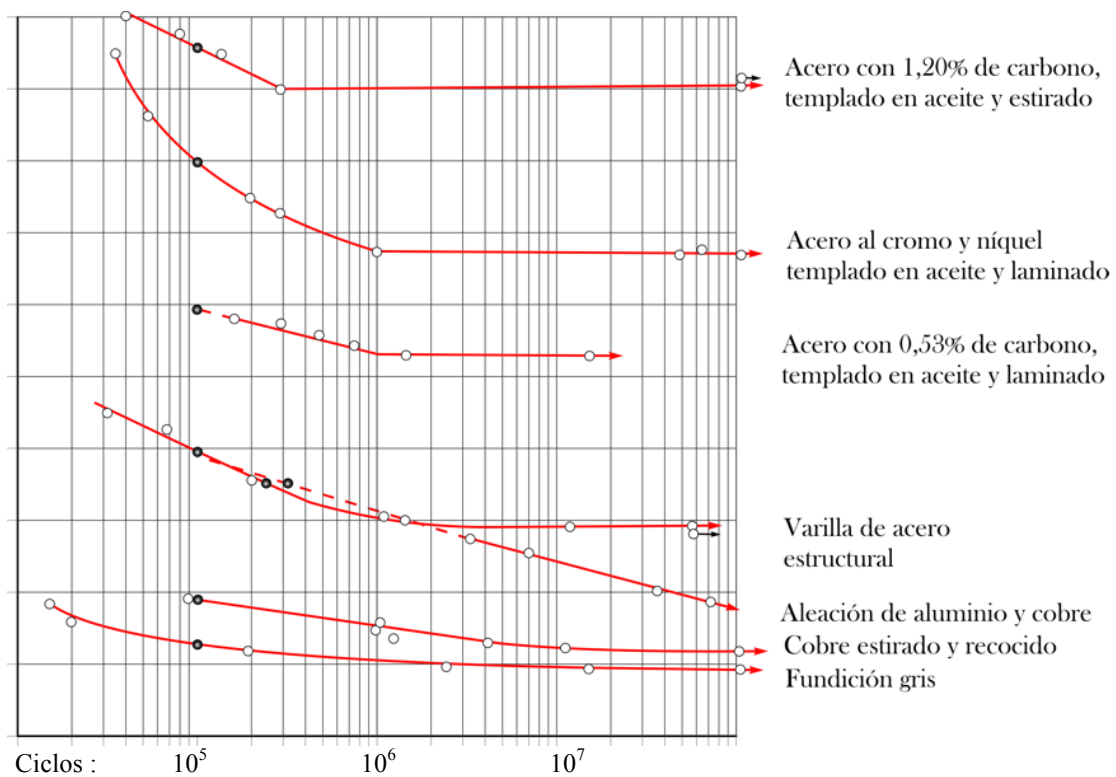


Figura 3.15. Curva logarítmica S-N de varios materiales [8]

En el caso de no poder disponer experimentalmente del límite de fatiga sin corregir del elemento a estudiar, se podrán realizar las aproximaciones mostradas en la tabla 3.1:

Tabla 3.1. Aproximaciones del límite de fatiga sin corregir [9]

Hierros y aceros forjados		Aceros colados	
$S_e' = 0.45 \cdot S_{ut}$	$S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa}$	$S_e' = 0.45 \cdot S_{ut}$	$S_{ut} \leq 600 \text{ MPa}$
$S_e' = 700 \text{ MPa}$	$S_{ut} \geq 1400 \text{ MPa}$	$S_e' = 275 \text{ MPa}$	$S_{ut} \geq 600 \text{ MPa}$

3.2.4 Coeficientes de Marín

El valor del límite de fatiga en el ensayo de viga rotatoria es válido para las condiciones precisas en las que se ensaya dicha viga y mediante los protocolos indicados en la norma. Para poder obtener el límite a fatiga de otro elemento que no haya sido sometido a ensayo y que sea de diferentes características que los ensayados se utilizan los denominados “*factores modificativos del límite de fatiga*”. Mediante la aplicación de estos factores se obtiene el *límite de fatiga corregido* “ S_e ” del elemento a diseñar en las condiciones de funcionamiento que se establezcan.

Los valores de los factores modificativos del límite de fatiga se obtienen experimentalmente por lo que existen sólo para ensayos realizados con anterioridad. Los factores modificativos del límite de fatiga son:

- Factor de acabado superficial (K_a).
- Factor de tamaño (K_b).
- Factor de confiabilidad (K_c).
- Factor de temperatura (K_d).
- Factor de concentración de tensiones (K_e).
- Factor de efectos diversos (K_f).

La ecuación que relaciona el límite de fatiga del ensayo de viga rotatoria S_e' con el límite de fatiga corregido S_e del elemento a estudiar se denomina “*Ecuación de Marín*”. Es por esto por lo que a los factores modificativos del límite de fatiga se les suele denominar también “*Coeficientes de Marín*”.

- Ecuación de Marín:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot S_e' \quad (3.19)$$

A continuación se procederá a explicar detalladamente el cálculo y aplicación de cada uno de los coeficientes de Marín.

- Factor de acabado superficial (K_a)

En el ensayo de viga rotatoria la probeta ha sido sometida a un pulido fino en dirección axial. Tras ensayos experimentales, se ha comprobado que cuanto peor es el acabado superficial y cuanto mayor la resistencia última a tracción S_{ut} del material, mayor es la reducción del límite de fatiga del material.

La causa de esta reducción se explica ya que cuanto mayor sea la rugosidad de la superficie mayor serán las imperfecciones y son estas las que se comportan como concentrador de tensiones. Es por esto que a mayor rugosidad, existirán mayores concentradores de tensiones superficiales.

La relevancia de este factor se obtiene mediante la ecuación 3.20 e introduciendo los factores de la tabla 3.2.

$$K_a = a \cdot S_{ut}^b \quad (3.20)$$

Tabla 3.2. Coeficientes para el cálculo del acabado superficial [9]

Acabado superficial	Coeficiente “a” (Mpa)	Exponente “b”
Pulido.	1	0
Acabado fino (esmerillado, rectificado, etc.)	1.58	-0.085
Mecanizado sin acabar/estirar en frío.	4.51	-0.265
Laminado en caliente.	57.7	-0.718
Forjado.	272	-0.995

- Factor de tamaño (K_b)

Los diámetros de las probetas utilizadas en los ensayos de viga rotatoria tienen unas dimensiones de 7.5 y 12.5 mm de diámetro. No obstante, la pieza a diseñar puede no tener dichas dimensiones y debe tenerse en cuenta la tendencia general de reducir el límite de fatiga según se aumenta el diámetro de la misma.

La forma de evaluar este factor para tensiones alternantes causadas por esfuerzos de flexión ó torsión es mediante las ecuaciones 3.21.

$$K_b = \left(\frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133} \quad 2.79 \leq d \leq 51 \quad \text{"d" en mm} \quad (3.21)$$

$$K_b = 1.189 \cdot d^{-0.097} \quad 2.79 \leq d \leq 51 \quad \text{"d" en mm}$$

Si las tensiones son causadas por esfuerzos axiles alternantes, se puede establecer el valor de K_b como la unidad al no verse influido por estos.

En el caso de que la sección esté sometida a alguna sollicitación y esta no sea circular, se deberá calcular el *diámetro efectivo*, de modo que la reducción porcentual del límite de fatiga de una probeta con un diámetro igual al efectivo, sea igual a la reducción porcentual del límite de fatiga del sólido que se considera. El diámetro efectivo se calcula a partir del área del 95% del esfuerzo máximo al que está sometida la probeta. Este área se obtiene delimitando la zona en la que la tensión, en el caso más desfavorable, es mayor o igual al 95% del esfuerzo máximo soportado por el material, siendo denominada como " $A_{0.95}$ ". De este modo, el área del 95% del esfuerzo de una probeta de sección circular hueca cuyo diámetro exterior sea " d " e interior " $0.95 \cdot d$ " será la siguiente:

$$A_{0.95} = \frac{\pi[d^2 - 0.95 \cdot d^2]}{4} \quad (3.22)$$

Del mismo modo, el diámetro efectivo de una probeta rectangular de aristas " h " y " b " será el necesario para que esté sometida a un esfuerzo igual al de una probeta cilíndrica cuyo $A_{0.95}$ sea el mismo. Así se establece el diámetro efectivo de una probeta rectangular como:

$$d_e = 0.808[h \cdot b] \quad (3.23)$$

- Factor de confiabilidad (K_c)

El factor de confiabilidad aparece por la obtención estadística de resultados de los ensayos de viga rotatoria. De este modo, pretende obtener la vida deseada del eje diseñado añadiendo una fiabilidad al mismo. En la tabla 3.3 se muestran algunos valores de K_c para diferentes fiabilidades.

Tabla 3.3. Valores del factor de confiabilidad [9]

Confiabilidad	Factor de confiabilidad K_c
0.5	1
0.9	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753
0.9999	0.702
0.99999	0.659
0.999999	0.620
0.9999999	0.584
0.99999999	0.551
0.999999999	0.520

- Factor de temperatura (K_d)

La temperatura es un causante del cambio de las propiedades mecánicas de un material, como la resistencia última, la fluencia y el límite de fatiga. Si las temperaturas a las que trabajan las piezas llegan a ciertos límites puede darse, en ciertos materiales, la pérdida de la vida infinita que poseían y por tanto un fallo en régimen de trabajo. La causa de esto es que las altas temperaturas movilizan las dislocaciones del material originando la conversión de un proceso de rotura independiente en el tiempo, a uno dependiente del mismo. Existen complejas interacciones en las que intervienen el flujo plástico debido a esfuerzos medios, el ambiente y el proceso de fatiga. La obtención de K_d resulta difícil, por lo que es recomendable realizar ensayos propios para el material que se va a usar. No obstante, si no es posible caracterizar su comportamiento mediante ensayos, puede usarse el siguiente criterio como aproximación (Tabla 3.4).

Tabla 3.4. Factor de temperatura [9]

Factor K_d	Temperatura
$K_d = 1$	$T < 450^\circ \text{C}$
$K_d = 1 - 5.8 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 450)$	$450^\circ \text{C} < T < 550^\circ \text{C}$

- Factor de concentración de tensiones (K_e)

Cada material tiene una sensibilidad diferente a las concentraciones de esfuerzos denominada como *sensibilidad a las muescas* “ q ”. En general, cuanto más dúctil sea el material, menos sensible será a las muescas. Del mismo modo, un material más frágil será más sensible a las muescas y, dado que la ductilidad y fragilidad de los metales están aproximadamente relacionadas con su resistencia y dureza, se puede establecer que cuanto mayor sea la resistencia del metal mayor será su sensibilidad a las ranuras.

La sensibilidad no depende sólo del tipo del material, sino también de los radios de la muesca. Conforme los radios se acercan a cero, la sensibilidad a las muescas de los metales se reduce y también se acerca a cero. Las ecuaciones 3.24 y 3.25 definen el factor “ q ” y el factor K_e

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (3.24)$$

$$K_e = \frac{1}{K_f} \quad (3.25)$$

donde K_t es el factor de concentración de esfuerzos teórico estático de una geometría particular y K_f es el factor de concentración de esfuerzos a la fatiga.

A continuación se muestran los gráficos de los valores de “ q ” y de K_t para diversos casos de concentrador de tensiones y esfuerzos (Figura 3.16, a 3.25).

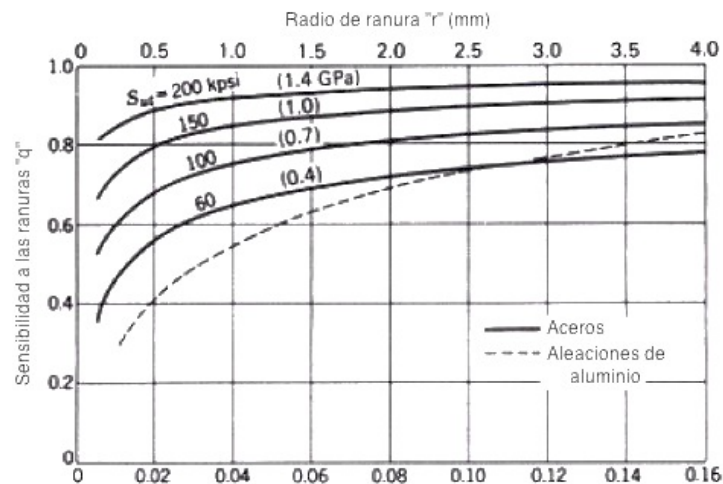


Figura 3.16. Sensibilidad a las ranuras para flexor y axial alternantes [10]

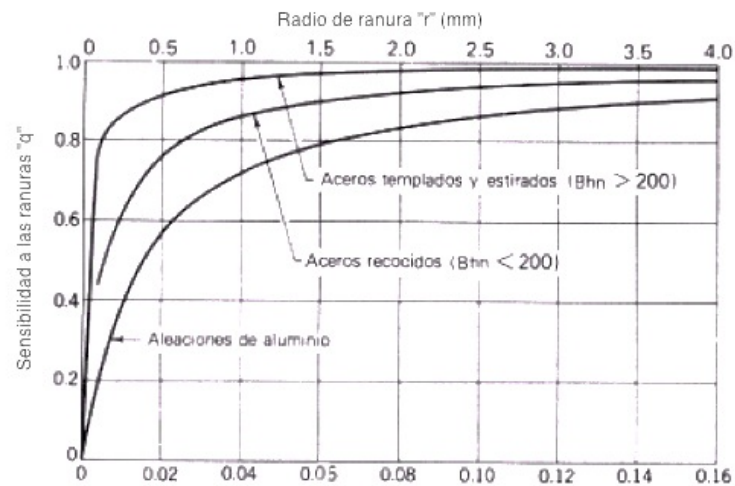


Figura 3.17. Sensibilidad a las ranuras para torsor alternante [10]

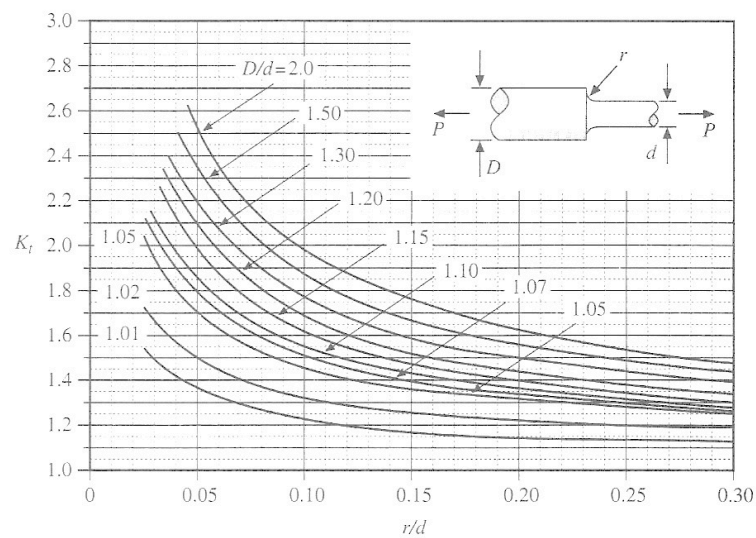


Figura 3.18. Factor K_t para cambios de radio sometido a axil alternante [10]

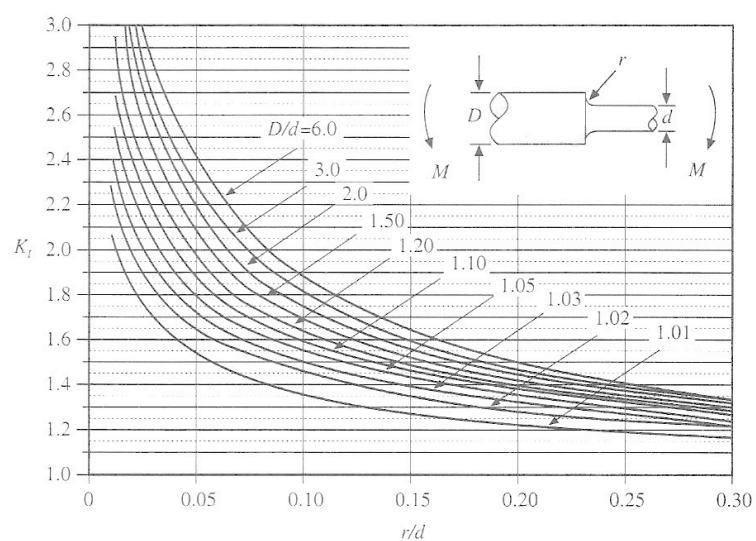


Figura 3.19. Factor K_t para cambios de radio sometido a flector alternante [10]

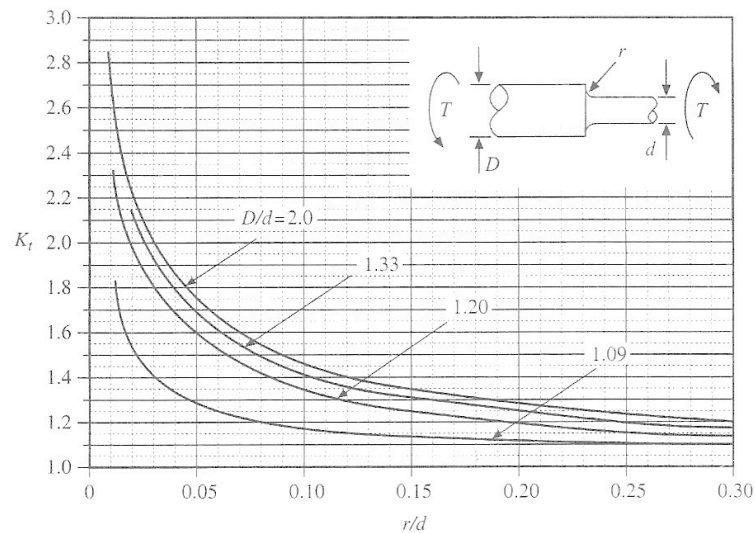


Figura 3.20. Factor K_t para cambios de radio sometido a torsor alternante [10]

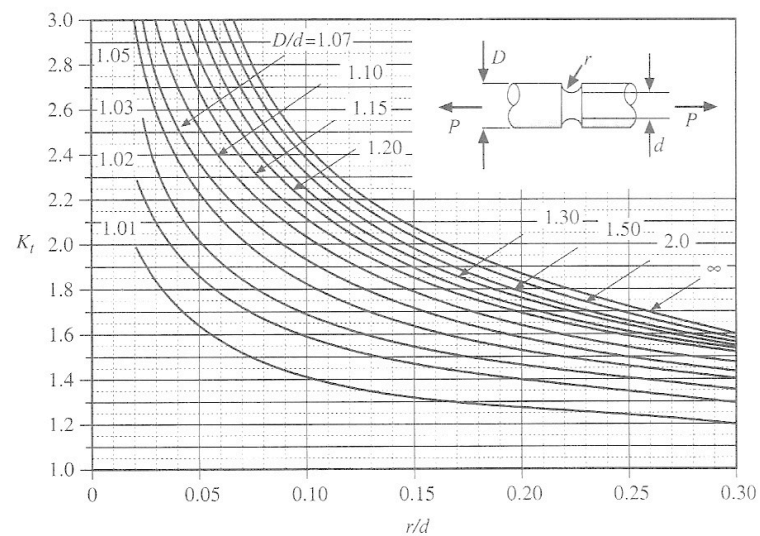


Figura 3.21. Factor K_t para ranuras sometidas a axil alternante [10]

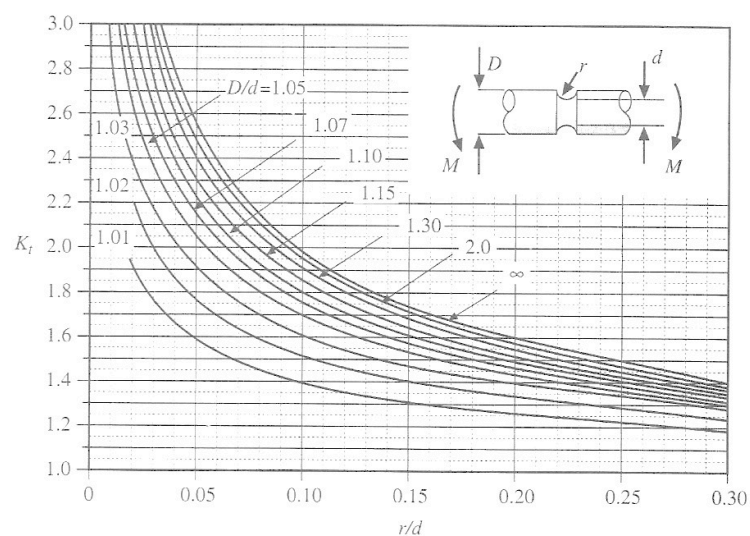


Figura 3.22. Factor K_t para ranuras sometidas a flector alternante [10]

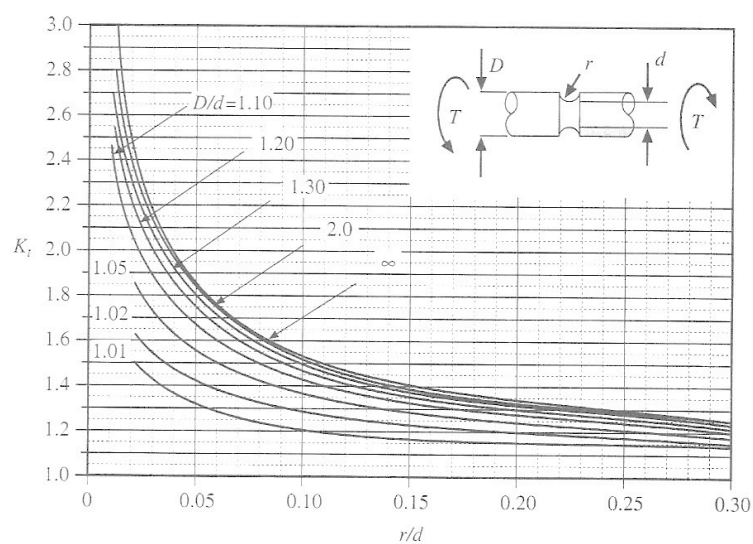


Figura 3.23. Factor K_t ranuras sometidas a torsor alternante [10]

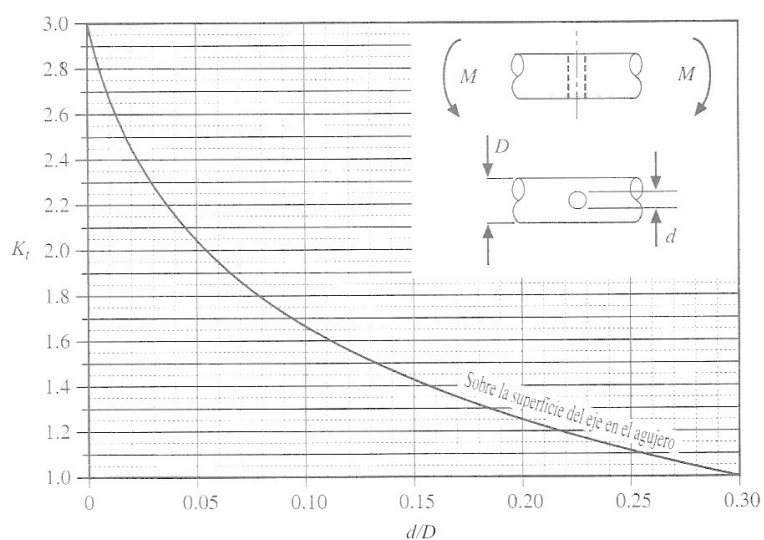


Figura 3.24. Factor K_t taladrados sometidos a flector alternante [10]

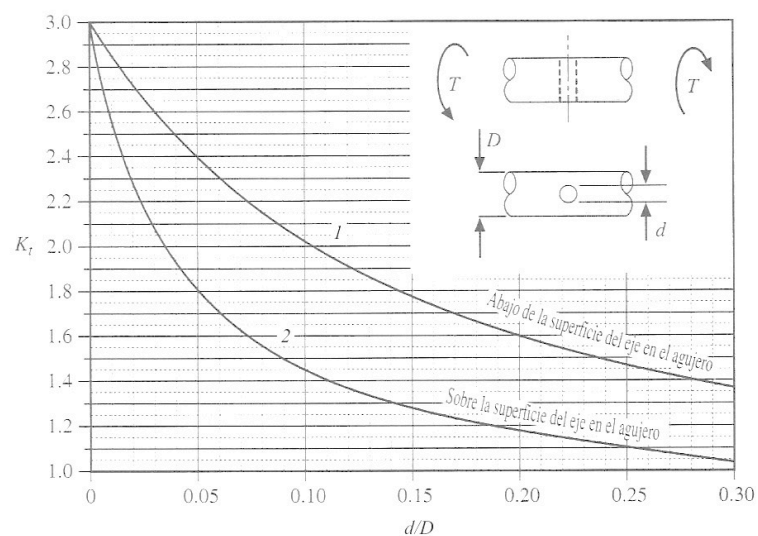


Figura 3.25. Factor K_t para taladrados sometidos a torsor alternante [10]

- Factor de efectos diversos (K_f)

El factor de efectos diversos K_f se usa para modificar el límite de fatiga en función de otras características que no se tienen en cuenta en el factor de concentración de tensiones K_e . Para la obtención del factor K_f suele ser necesaria la realización de ensayos. A continuación se mostrarán los efectos más relevantes que el factor K_e no tiene en cuenta:

- Efectos residuales o remanentes: Las operaciones de conformado como martillado y laminado en frío a las que se ven sometidos los materiales para la obtención de las piezas diseñadas, crean tensiones internas que favorecen el aumento del límite de fatiga del material.
- Características direccionales operacionales: Si se somete al material a operaciones de conformado tales como laminado en caliente o forja, el límite de fatiga en dirección transversal se ve disminuido entre un 10-20% respecto al límite de fatiga longitudinal.
- Efectos del temple superficial: Debido a los diferentes límites a fatiga de la superficie templada y del núcleo del material, puede producirse que en la interfase de ambos se supere el límite a fatiga.
- Efectos de corrosión: Se ha de tener en cuenta que si aparece corrosión en el material la resistencia a fatiga disminuirá por el aumento de concentrador de tensiones.
- Recubrimiento electrolítico: Los recubrimientos electrolíticos suelen disminuir los límites de fatiga. De este modo, los procesos de cromado, niquelado o cadmiado lo reducen en un 50%. En piezas de aleación ligeras sometidas a flexión con oxidación anódica, existe una reducción del 39%; mientras que en galvanizados sometidos a torsión no se reduce el límite a fatiga.
- Corrosión por apriete: Este fenómeno aparece por el movimiento relativo microscópico que existe entre piezas con ajuste estrecho (juntas atornilladas, cojinetes, etc.). Se manifiesta con el cambio de color y de la superficie que se encuentra en contacto con ambas piezas, presentando eventualmente signos de fatiga.

3.2.5 Criterios de falla por fatiga

Una vez se han definido los factores que intervienen en la modificación del límite de fluencia del material, se procederá a la introducción de los criterios más usados para la obtención de la resistencia de un material a fatiga.

Por lo general, a la hora de establecer el límite de fluencia de un material del que no se poseen propiedades seguras, se le somete a ensayos en los que se van variando las tensiones medias y alternantes a las que se ve sometido.

En la figura 3.26 se muestran las relaciones entre varios criterios de falla. En dicho diagrama se representa, a grandes rasgos, lo relacionado con esfuerzos alternantes (límite de fatiga corregido, S_e , tensión alternante y resistencia a fluencia, S_y) respecto de los esfuerzos constantes (como la resistencia última a la tracción, S_{ut} , o la tensión media). Las teorías lineales de falla de dicha figura, se obtienen mediante la ecuación de una recta, siendo “a” y “b” las intersecciones de “x” e “y” respectivamente:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad (3.26)$$

Sustituyendo los puntos de la figura 3.26 en la ecuación 3.26, se obtienen los criterios de Soderberg (ecuación 3.27) y Goodman (ecuación 3.28). Respecto al criterio de Gerber, al tratarse de una parábola, queda como se muestra en la ecuación 3.29.

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{yt}} = 1 \quad (3.27)$$

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = 1 \quad (3.28)$$

$$\frac{S_a}{S_e} + \left(\frac{S_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1 \quad (3.29)$$

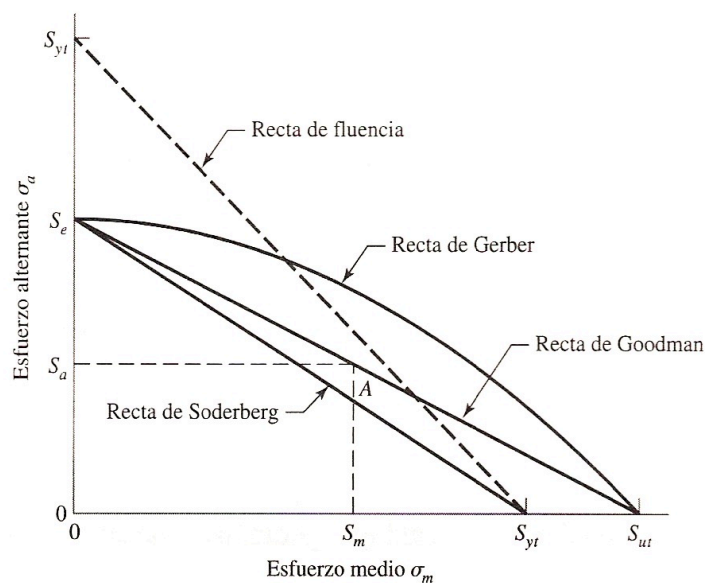


Figura 3.26. Diferentes teorías de falla superpuestas [11]

A la hora de establecer un coeficiente de seguridad en las ecuaciones anteriores, estas quedarán del siguiente modo:

- Criterio de Soderberg:
$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{yt}} = \frac{1}{n} \quad (3.30)$$

- Criterio de Goodman:
$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \quad (3.31)$$

- Criterio de Gerber:
$$\frac{n \cdot S_a}{S_e} + \left(\frac{n \cdot S_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \quad (3.32)$$

CAPÍTULO 4. PROGRAMACIÓN CON MATLAB

Matlab es el software líder mundial en el desarrollo de cálculo técnico. La empresa creadora de Matlab (The MathWorks) fue fundada en el año 1984 por *Jack Little* y *Cleve Moler* en respuesta a la necesidad de sustituir los lenguajes de programación, como Fortran y C, por un entorno más intuitivo y potente.

Los principales usuarios de sus programas son profesionales, del área ingenieril, científica y matemática, que trabajan en grandes empresas tecnológicas, en laboratorios gubernamentales de investigación, en instituciones financieras y en más de 5.000 universidades.

4.1 El programa Matlab

MATLAB (MATrix LABoratory) es un potente programa para realizar cálculos numéricos con vectores y matrices. Se puede trabajar con números escalares, reales, complejos, con cadenas de caracteres y con otras estructuras de información más complejas. Además, es capaz de realizar una amplia variedad de gráficos tanto en dos como en tres dimensiones. A lo largo de este proyecto no se ha aprovechado tan sólo la capacidad de cálculo del mismo, sino también el entorno gráfico GUI (*Grafical User Interface*) mediante el cual se han creado una serie de ventanas lo más simples, intuitivas y estables posible, para facilitar y acelerar el proceso de obtención de resultados.

4.1.1 Entorno de trabajo

El entorno de trabajo de MATLAB es muy gráfico e intuitivo. Esto ha hecho posible la inserción del mismo en un mundo de múltiples lenguajes y su posterior expansión en el mismo. Matlab dispone también de utilidades como el entorno gráfico *GUI*, mediante el cual se pueden crear ventanas de una manera fácil y rápida en la que se implementa el programa deseado. También dispone de la herramienta *Simulink*, una plataforma de simulación y diseño basada en modelos de sistemas dinámicos que

proporciona un entorno gráfico interactivo, capaz de implementar y simular una gran variedad de sistemas dependientes del tiempo dentro del campo de las comunicaciones, control, procesamiento de señales, simulación dinámica, imagen, etc.

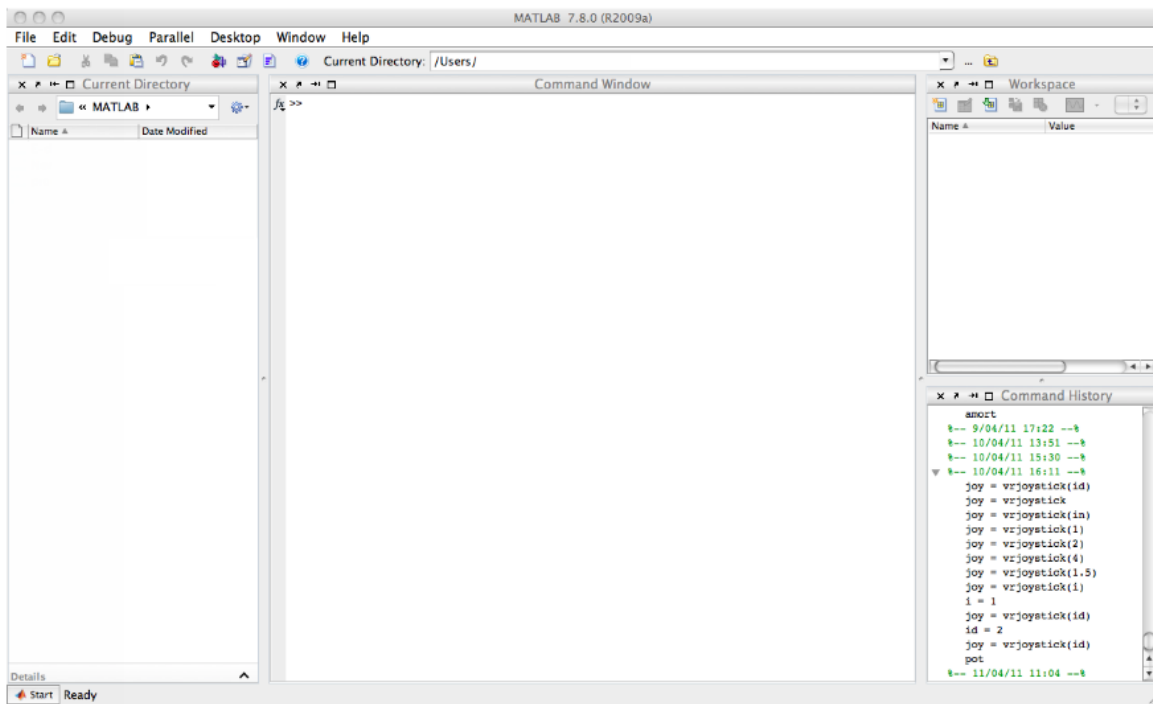


Figura 4.1. Ventana principal Matlab

A continuación, se exponen las utilidades más relevantes de las que se dispone en la ventana principal o entorno de trabajo principal (figura 4.1):

Menú File: Por medio de esta pestaña se pueden realizar las siguientes operaciones:

- Acceder a las preferencias de Matlab, donde pueden establecerse todas las propiedades del mismo.
- Crear un elemento nuevo dependiendo del tipo que sea (m-file, GUI, variable, figure, etc.).
- Guardar o abrir un archivo, importar datos y salir del programa.

Menú Edit: Por medio de esta pestaña se pueden realizar las siguientes operaciones:

- Deshacer y rehacer acciones, buscar y borrar variables, borrar historial.
- Cortar, copiar y pegar elementos guardados en el portapapeles.

Menú *Desktop*: Por medio de esta pestaña, se pueden realizar las siguientes operaciones:

- Modificar apariencia de la ventana según conveniencia.
- Acceder a editores de figuras, variables, etc.
- Mostrar y editar barras de herramientas.

Menú *Help*: Matlab posee una excelente ayuda. Cada ejemplo contiene enlaces a posibles comandos desconocidos del mismo, de modo que se crean bucles de autoayudas interactivos en los que se acaba entendiendo perfectamente el código. Principalmente hay varias ayudas que se muestran una vez se pincha en la pestaña menú *Help*, siendo las mismas:

- *Full Product Family Help*: Se abre la ventana en la que se puede buscar información general sobre MATLAB o sobre otros productos de la familia a los que se tenga acceso. La forma de la ventana de ayuda es típica y común con otros niveles de ayuda.
- *MATLAB Help*: Se abre una ventana en la que se puede buscar ayuda general sobre MATLAB o sobre la función o el concepto que se desee.
- *Using the Desktop*: Se abre una ventana de ayuda con información detallada sobre cómo utilizar y configurar el entorno de desarrollo o *Desktop*. Cada página dispone de flechas y enlaces que permiten ir a la página siguiente o volver a la anterior. Una característica muy importante es la posibilidad de organizar las ventanas con gran flexibilidad, agrupándolas o independizándoles según los propios gustos del usuario.
- *Using the Command Window*: Esta opción del menú *Help*, da acceso a la información necesaria para aprovechar las capacidades de la ventana *Command Window*.

4.1.2 Operaciones y funciones

En este apartado, se procede a introducir el lenguaje de Matlab dentro del campo de la asignación y creación de variables, vectores y matrices. Del mismo modo, se pretende mostrar las diferentes maneras de hacerlo con la simbología necesaria para ello. Cabe añadir que, a diferencia de otros lenguajes de programación, Matlab no necesita la declaración inicial de variables, no obstante es recomendable hacerlo si se van a realizar cálculos complejos ya que esto reduce el tiempo de espera.

- Definición de vectores, matrices y operaciones: Las operaciones más comunes que se realizan con vectores son las de determinar el valor de una posición indicada y acceder al valor de la misma. A continuación, se muestran algunos ejemplos:

- Obtener un vector “v” cuyo valor de la posición “i” sea “n”:

```
> v(i) = n
```

- Acceder al elemento “i” de un vector “v” y guardarlo en el elemento “w”:

```
> w = v(i)
```

Otro método de declarar un vector es componente a componente. Esto se realiza del siguiente modo:

- Si se tiene un vector fila $v = [1 \ 2 \ 3]$:

```
> v = [1 2 3]           ó           v = [1, 2, 3]
```

- Si se tiene un vector columna $v = [1 \ 2 \ 3]$:

```
> v = [1; 2; 3]
```

- Del mismo modo se puede relacionar las posiciones de un vector con variables, creando el vector fila “v” del siguiente modo:

```
> x = 1;           y = 2;           z = 3;
```

```
> v = [x y z] →     v = [1 2 3]
```

Una vez establecido el vector “v” su valor no cambiará a menos que se cite el mismo. Puesto que un vector no es más que una matriz de una fila o columna de tamaño la unidad, estos mismos patrones se podrán realizar con matrices:

- En una matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ se puede acceder al elemento de la fila 2 y columna 1 del siguiente modo:

```
> elemento = A(2,1)           ó           elemento = A(3)
```

- Si se tiene una matriz “A” y una “B”, su producto, división, suma y resta serán:

```
> C = A*B;           C = A+B;           C = A-B;
```

- Igualmente su producto y división componente a componente será:

```
> C = A.*B;           C = A./B
```

· Siguiendo estos patrones, el programa permite realizar otras operaciones útiles para la obtención de características de determinados elementos. A continuación, se expondrán algunos de ellos:

- `rand(i,j)` → Devuelve una matriz aleatoria de filas “i” y columnas “j”.
- `ones(i,j)` → Devuelve una matriz de unos de filas “i” y columnas “j”.
- `zeros(i,j)` → Devuelve una matriz de ceros de filas “i” y columnas “j”.
- `eye(i,j)` → Devuelve una matriz de “i x j” de ceros con unos en la diagonal.
- `inv(i)` → Devuelve la inversa del elemento “i”.
- `isinteger(a)` → Devuelve un 1 si la variable “a” es entera.
- `Isnan(a)` → Verifica si “a” es o no numérico.
- `isempty(a)` → Verifica si la variable “a” está vacía.
- `exist(a)` → Idem que “isempty”.
- `clear a` → Elimina la variable “a”.
- `clear all` → Elimina todas las variables.

· Algunos operadores principales son:

- `<` / `>` menor / mayor que.
- `<=` / `>=` menor o igual / mayor o igual que.
- `==` / `~=` igual / distinto que .
- `&` / `&&` operador lógico “and” / “and breve”.
- `|` / `||` operador lógico “or” / “or breve”.
- `~` operador lógico “not”.
- `xor (A,B)` operador lógico “or exclusivo”.

4.1.3 Programación

Matlab posee un lenguaje de programación que, como cualquier otro lenguaje, dispone de sentencias para realizar *bifurcaciones* y *bucles*. Las *bifurcaciones* permiten realizar una u otra operación según se cumpla o no una determinada condición. Los *bucles*, en cambio, permiten repetir las mismas operaciones sobre datos distintos hasta que se cumple o no una condición. En las figuras 4.2 y 4.3 se muestran ejemplos de las bifurcaciones y verificación de bucles, respectivamente, que posee Matlab.

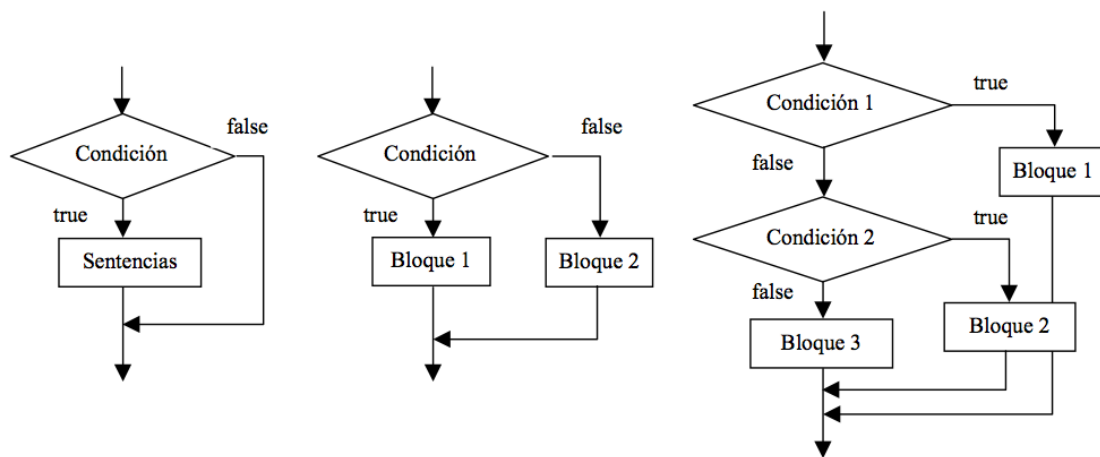


Figura 4.2. Ejemplos de bifurcaciones de Matlab [12]

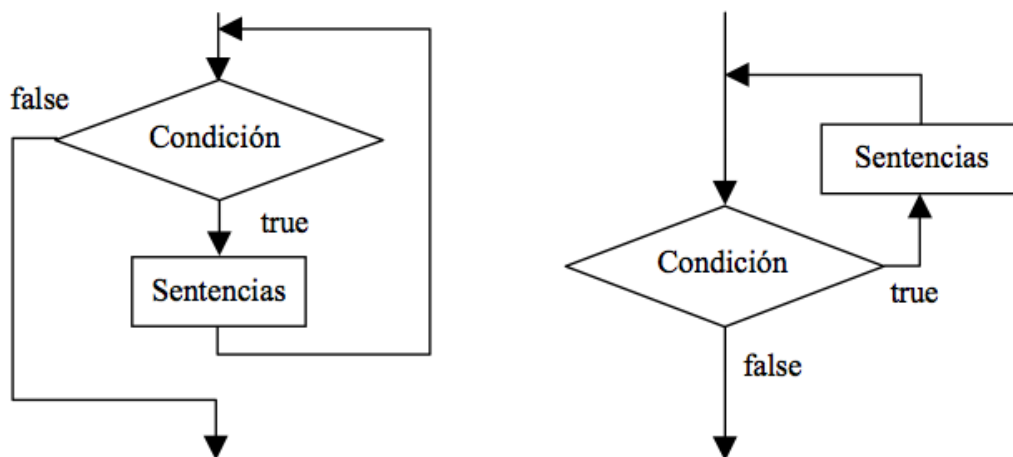


Figura 4.3. Dos tipos de verificación de bucles de Matlab [12]

A continuación se indican algunas de las sentencias más usadas a la hora de desarrollar el programa DICA VE, así como su nomenclatura y posibilidades:

- Sentencia IF: En su forma más simple, la sentencia *if* se escribe de la siguiente forma:

```
if condición
    Bloque
end
```

Existe también la bifurcación múltiple en la que pueden concatenarse tantas condiciones como se desee. Una vez se cumpla alguna de las condiciones, Matlab dejará de evaluar las siguientes:

```
if condición1
    Bloque1
elseif condición2
    Bloque2
else
    Bloque3
end
```

Si se establece algún bloque en la opción *else*, esta se ejecutará en el caso de no cumplirse ninguna de las anteriores, pero si no se escribe, el programa no la ejecutará.

- Sentencia SWITCH: La sentencia *switch* realiza una función análoga a un conjunto de *if... elseif* concatenados. Su forma general es la siguiente:

```
switch switch_expresion
    case case_expr1,
        bloque1
    case {case_expr2, case_expr3, case_expr4,...}
        bloque2
    ...
    otherwise,      % opción por defecto
        bloque3
end
```

Al principio se evalúa la *switch_expresion*, cuyo resultado debe ser un número escalar o una cadena de caracteres. Este resultado se compara con las *case_expr*, y se ejecuta el bloque de sentencias que corresponda con ese resultado. Si ninguno es igual a *switch_expresion* se ejecutan las sentencias correspondientes a *otherwise*

- Sentencia FOR: La sentencia *for* repite un conjunto de sentencias un número predeterminado de veces. A continuación, puede verse un ejemplo en el que el valor de “i” va desde 1 hasta “n” con un paso de la unidad:

```
for i=1:n
    Bloque
end
```

También se puede variar el paso mediante la sentencia que se describe a continuación. En este caso, valor de “i” irá desde 1 hasta “n” con un paso de 2:

```
for i=1:2:n
    Bloque
end
```

Del mismo modo se puede introducir un bucle *for* dentro de otro de modo que por cada paso del principal, el secundario realizará los ciclos correspondientes:

```
for i=1:2:n
    for j=1:2:m
        Bloque
    end
end
```

- Sentencia WHILE: La sentencia del bucle *While* se ejecuta siempre que se cumpla la condición establecida en el mismo. La sintaxis es la siguiente:

```
while condición
    sentencias
end
```

- Sentencia BREAK: La sentencia *Break* hace que termine la ejecución del bucle *for* o *while* más interno a los que comprenden a dicha sentencia.

```
while condición
    if condición
        break
    end
end
```

- Sentencia CONTINUE: La sentencia *continue* hace que se pase inmediatamente a la siguiente iteración del bucle *for* o *while*, saltando todas las sentencias que hay entre el *continue* y el fin del bucle en la iteración actual.

```
for condición
    if condición
        continue
    end
end
```

- Sentencia RETURN: La sentencia *return*, incluida dentro del código de una función, hace que se devuelva inmediatamente el control al programa que realizó la llamada.

```
if condición
    return
end
```

4.2 Matlab - Guide

GUIDE (*Graphical User Interfase Development Environment*) es un juego de herramientas diseñadas para crear una GUI (*Graphical User Interfaces*) fácil y rápidamente. Posee un pre-diseño de los controles de la interfaz así como de las propiedades de los elementos reduciendo, de este modo, la labor a la hora de personalizar las mismas y de crear nuevos controles. El método para acceder a la aplicación *Guide* es mediante la ventana de comandos escribiendo el código “guide”, o a través del menú File/New/GUI.

4.2.1 Entorno de trabajo

Una vez se ejecuta la aplicación *Guide* aparecerá una ventana tal y como se ve en la figura 4.4.

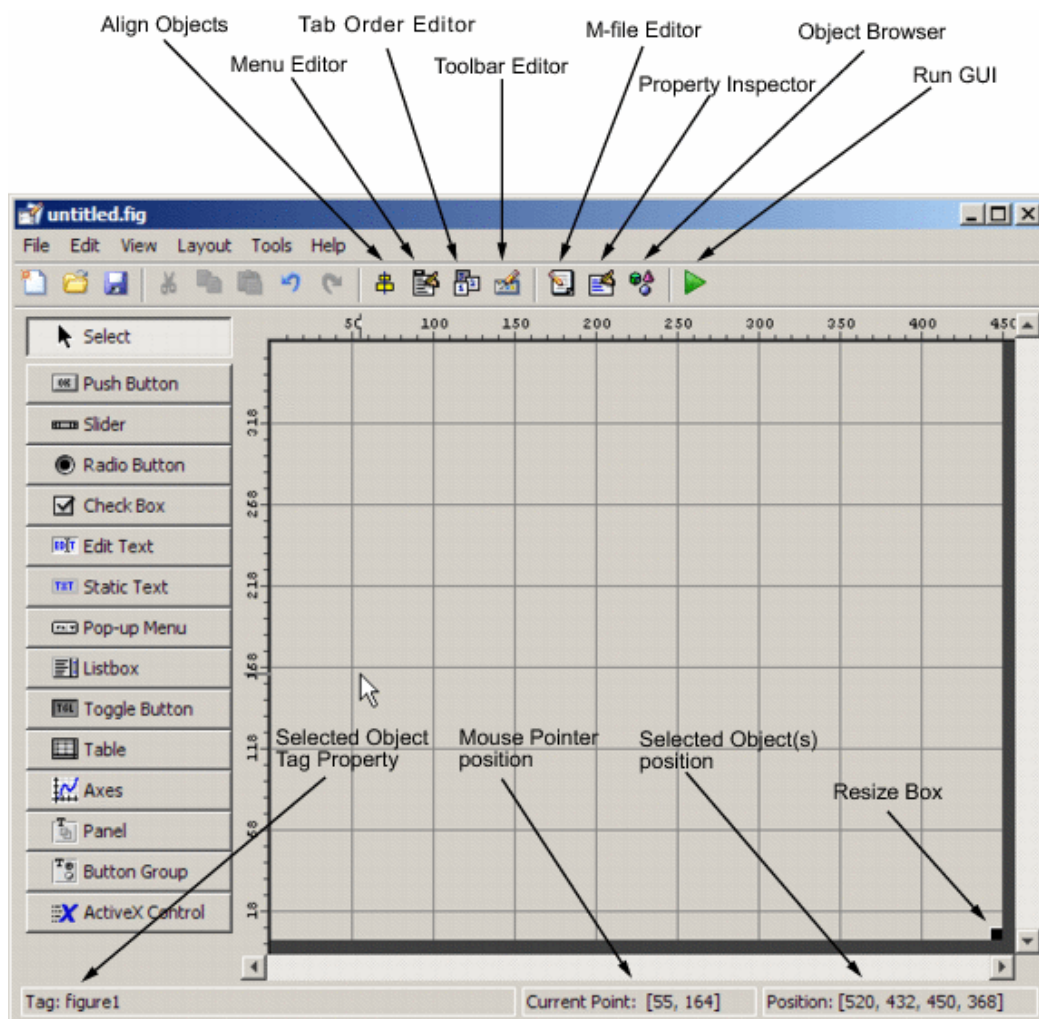


Figura 4.4. Ventana principal Matlab-Guide

Funcionalidades de los componentes principales de la ventana:

- Align objects: Esta opción (figura 4.5) permite alinear los componentes que se encuentran en el área de trabajo (*Layout Area*) de manera personalizada.

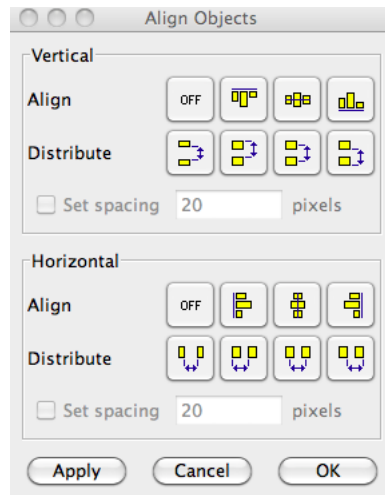


Figura 4.5. *Align Objects*

- Menu Editor: Crea menús de ventana y submenús en los mismos en la parte superior de la ventana (figura 4.6).

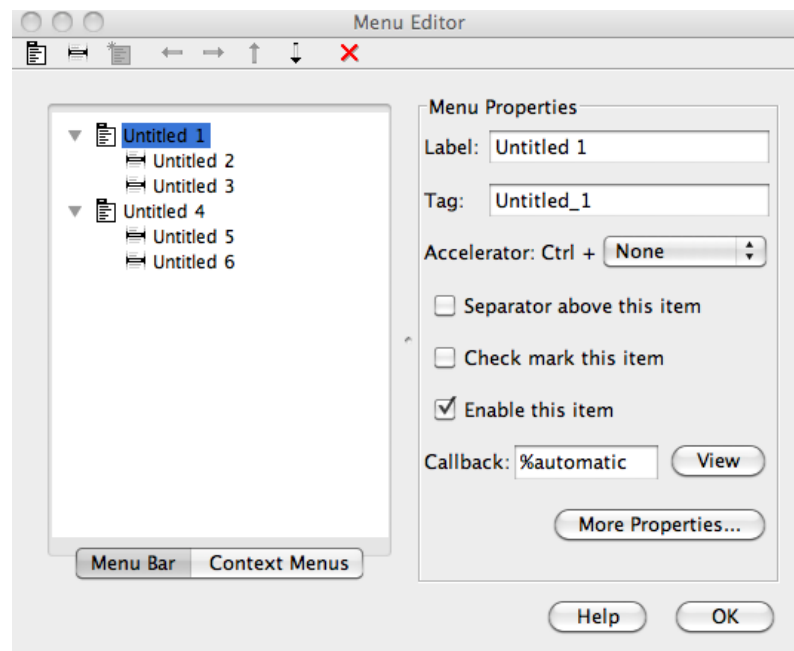


Figura 4.6. *Menú Editor*

- *Tab order editor*: Mediante este botón se abre una ventana en la que puede configurarse el orden en que, mediante tabulación, se accede a diferentes elementos (figura 4.7).

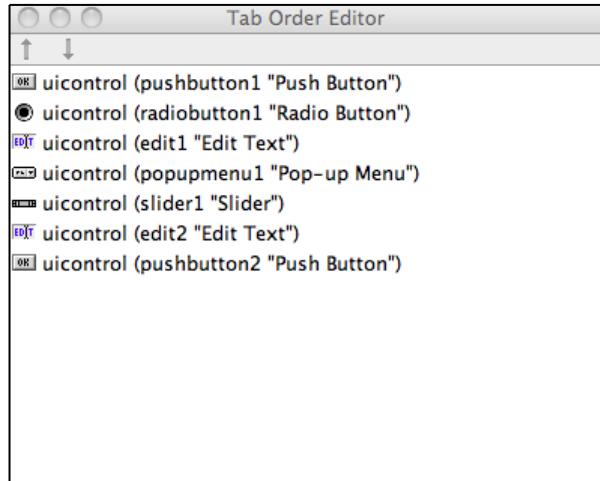


Figura 4.7. *Tab Order Editor*

- *Toolbar editor*: Permite añadir iconos y personalizar opciones del *Menú Editor* (figura 4.8).

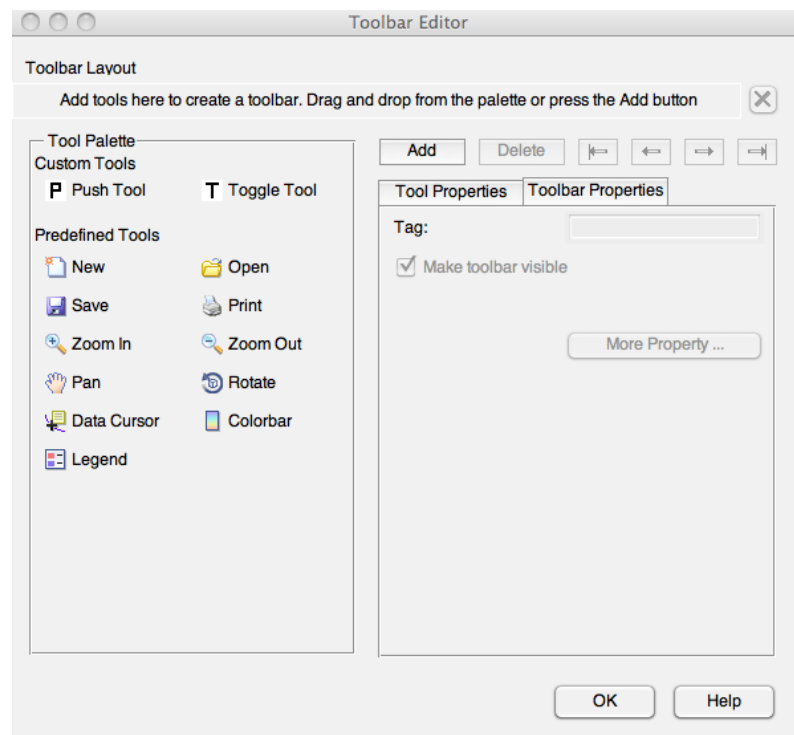


Figura 4.8. *Toolbar Editor*

- *M-file editor*: Permite acceder al código correspondiente a la ventana que se está editando (figura 4.9).

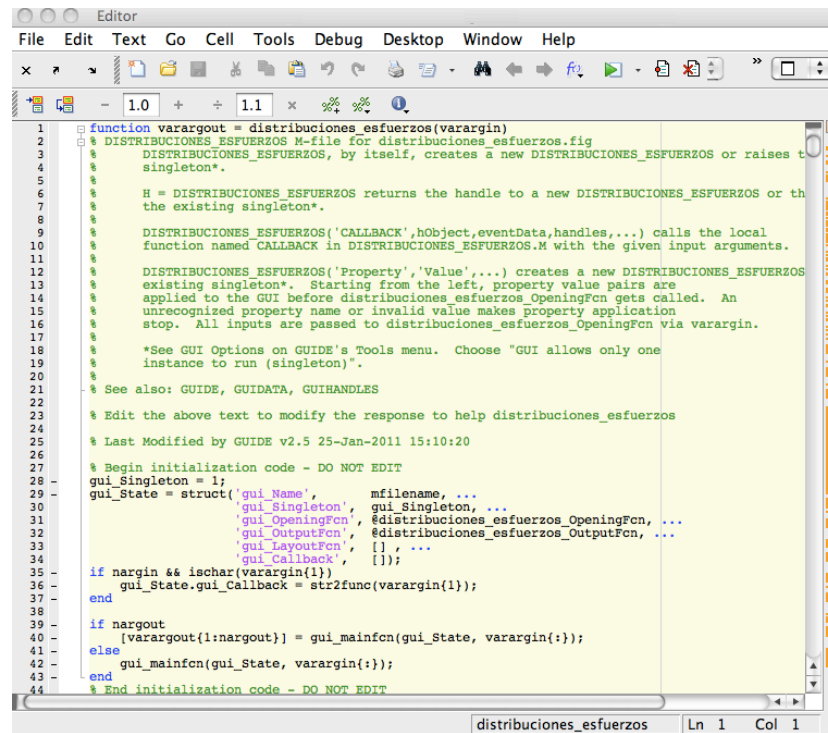


Figura 4.9. m-file del GUI

- *Property Inspector*: Con esta opción se asignan y modifican las propiedades de cada objeto de forma personalizada (figura 4.10).

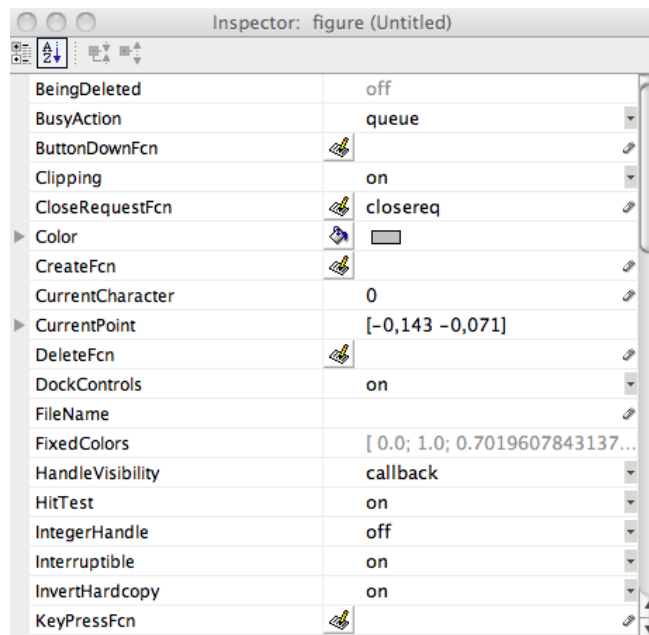


Figura 4.10. Property Inspector

- *Object Browser*: Muestra todos los objetos que se encuentran en la ventana (en forma de árbol) pudiendo ser seleccionados a través del mismo (figura 4.11).

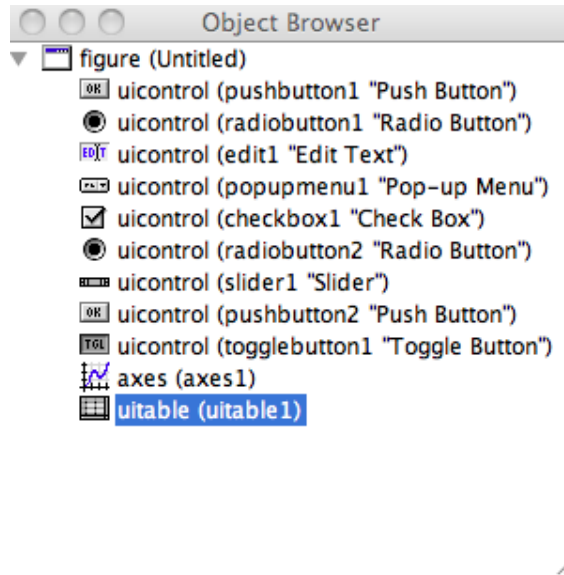


Figura 4.11. Object browser

- *Run GUI*: Al presionarse ejecuta la ventana de la interfaz diseñada en el *Layout Área* (figura 4.12).

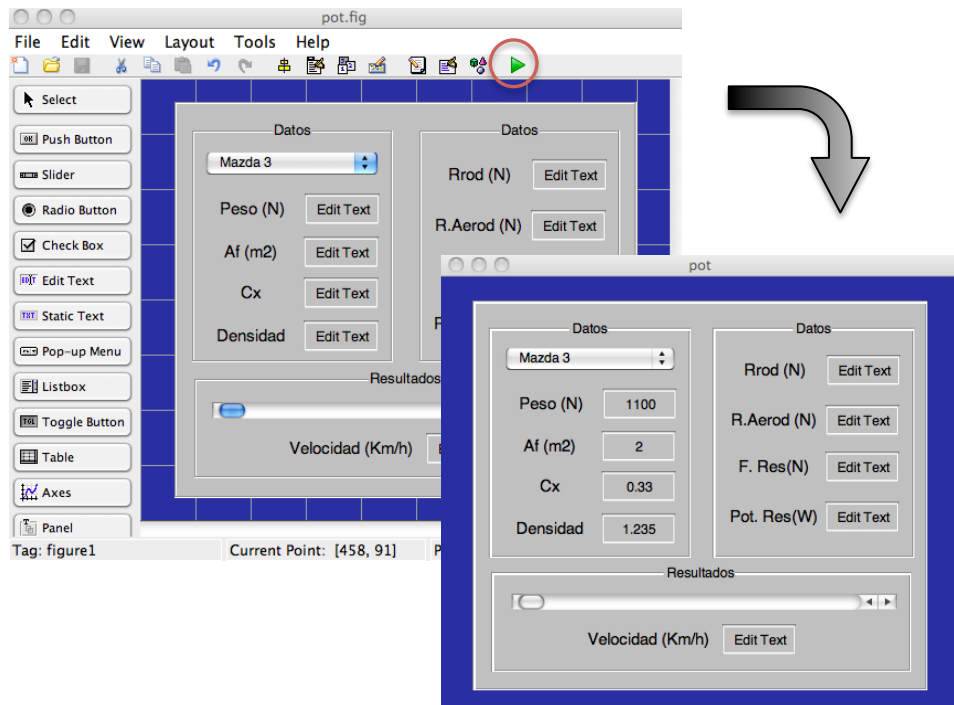


Figura 4.12. Run GUI

En el lateral izquierdo del entorno de trabajo (figura 4.13), se muestran una serie de elementos mediante los que se puede interaccionar con el programa.

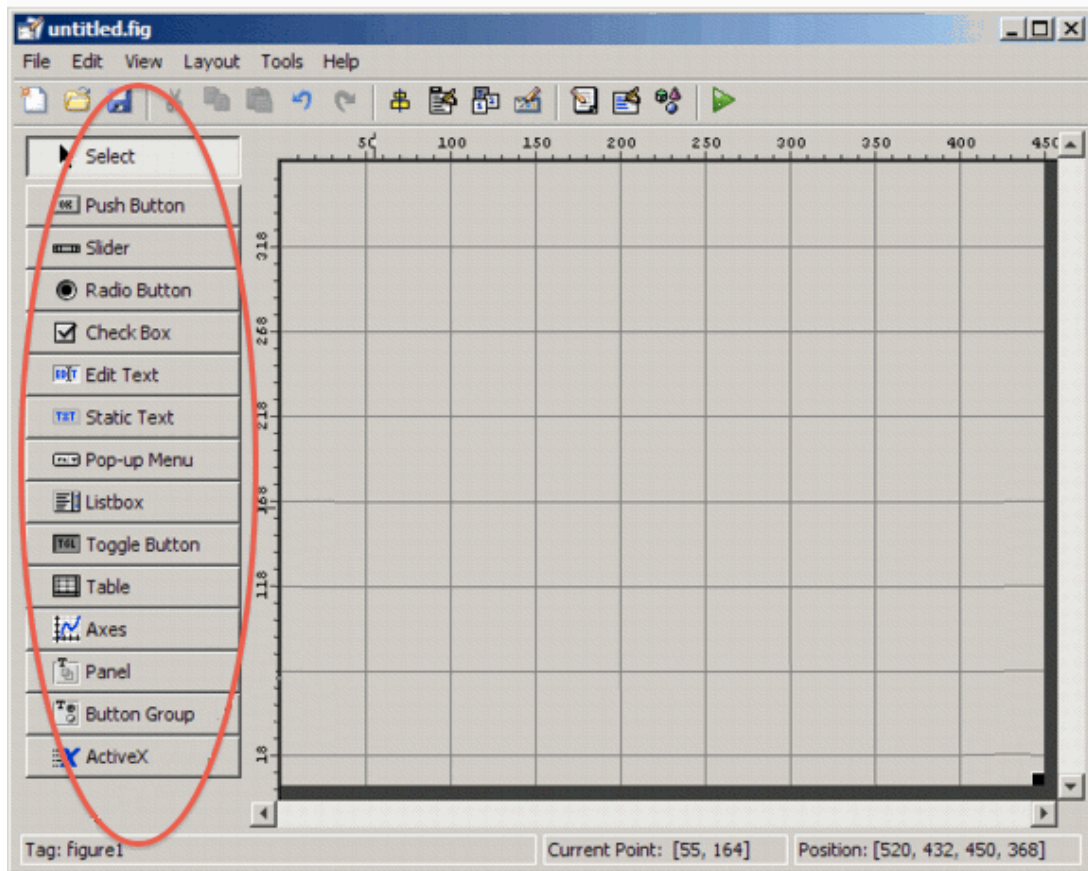


Figura 4.13. Panel de creación de elementos en ventana

A continuación, se presentan los principales elementos que se pueden crear en Matlab-Guide y su función dentro del mismo:

- Push Button: Crea un botón que ejecuta una acción cuando se hace *click* sobre él (figura 4.14).

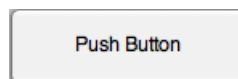


Figura 4.14. Push button

- Slider: Crea una barra deslizadora cuyo valores extremos son 0 y 1. Permite ejecutar acciones mientras se está manipulando (figura 4.15).



Figura 4.15. Slider

- Radio Button: Crea un elemento que puede activarse o desactivarse, tomando valores “1 y 0” respectivamente. Permite ejecutar acciones en el momento en que se hace *click* sobre él (figura 4.16).

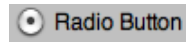


Figura 4.16. Radio button

- Check box: Al igual que el *Radio button*, este elemento puede activarse y desactivarse, no obstante, la diferencia funcional entre el *Check Box* respecto al *Radio button*, es que si se tienen varios elementos del mismo tipo en la ventana, sólo se puede tener activado un *Radio button*, mientras que los *Check box* pueden estar todos activos. Cabe añadir que si se desea se pueden usar ambos como el usuario decida sin atender a sus funcionalidades (figura 4.17).

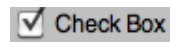


Figura 4.17. Check box

- Edit text: Crea un elemento mediante el cual se pueden introducir valores numéricos y texto en la ventana. Permite ejecutar acciones en el momento en que se hace *click* sobre él (figura 4.18).



Figura 4.18. Edit text

- Static text: Crea un elemento en el que se pueden mostrar valores numéricos y texto sin poder ser editados (figura 4.19).



Figura 4.19. Static text

- Pop-up menú: Crea una lista desplegable en la cual se pueden mostrar varios campos seleccionables. Permite ejecutar acciones en el momento en que se selecciona un campo (figura 4.20).



Figura 4.20. Pop-up menú

- **Listbox:** Crea una lista fija en la que se pueden mostrar varios campos seleccionables. Permite ejecutar acciones en el momento en que se selecciona un campo, tomando valores correspondientes a la posición del campo seleccionado (1,2,3, etc) (figura 4.21).

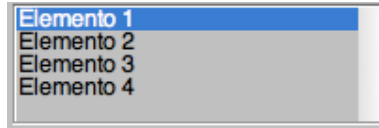


Figura 4.21. List box

- **Toggle button:** Crea un elemento de semejantes características que el *Push button*, con la diferencia de que el *Toggle button* puede activarse o desactivarse, tomando valores 1 ó 0, respectivamente. Permite ejecutar acciones en el momento en que se hace *click* sobre él (figura 4.22).



Figura 4.22. Toggle button

- **Table:** Crea una tabla de contenidos en la que pueden mostrarse datos. Posee un editor propio de la misma en la que se pueden habilitar propiedades como la de editar los elementos, bloquearlos, etc. Permite ejecutar acciones en el momento en que se hace click sobre él (figura 4.23).

	1	2
1		
2		
3		
4		

Figura 4.23. Table

- **Axes:** Crea un elemento en el que se pueden mostrar todo tipo de gráficos, desde *plot's* hasta imágenes JPEG. Permite habilitar opciones como la de obtener datos del punto en el que se hace click de la imagen, mostrar la posición del cursor sobre la misma, etc (figura 4.24).

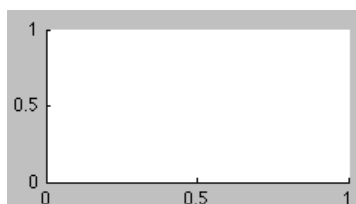


Figura 4.24. Axes

- *Panel*: Crea un panel en el que se añaden elementos. Estos elementos quedan fijos al panel, de modo que se pueden desplazar en grupo. De este modo, permite una mejor organización y presentación de la ventana (figura 4.25).



Figura 4.25. Panel

- *Button group*: Al igual que el *Panel*, este elemento crea un panel en el que se añaden elementos, no obstante, la diferencia funcional entre ambos es que el *Button group* no permite que más de un elemento de un mismo tipo esté activado (figura 4.26).



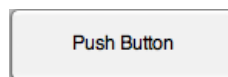
Figura 4.26. Button group

Todos estos elementos poseen un gran número de propiedades editables antes y durante la ejecución del programa. Para acceder a ellas basta con hacer doble *click* en el elemento que se desea modificar o pinchar en el botón de *Property inspector*. Si la modificación de los mismos se ha de realizar durante la ejecución del programa, esta se puede llevar a cabo mediante un código intrínseco a alguna acción. Para acceder al elemento deseado se ha de usar la siguiente expresión:

```
> set(handles.ELEMENTO, 'CAMPO', LO DESEADO);
```

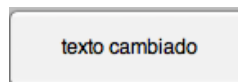
A continuación, se muestra un ejemplo del modo de cambiar el texto de un *pushbutton* (figura 4.27):

· Estado inicial:



```
set(handles.pushbutton1, 'string', 'texto cambiado');
```

· Estado final:



Ejecución
del código

Figura 4.27. Cambio de una propiedad de un elemento

4.2.2 Funcionamiento

Con una GUI, el flujo de trabajo está controlado por las acciones en la interfaz. En cambio, en una ventana de comandos (m-file) está predeterminado. Esto ocurre ya que en una ventana de comandos, el código y las variables son fijas y, a menos que se cambien antes de la ejecución del mismo, estas no variarán. En contraposición, la interface gráfica GUI, permite, bajo un código preestablecido por el usuario, variar interactivamente los valores de las entradas de datos, así como elegir diferentes tipos de cálculo, desarrollo, etc.

En la figura 4.28 se muestra el concepto básico de la operación del software con una GUI. Cuando se interactúa con un control, el programa registra el valor de esa opción y ejecuta los comandos prescritos en la cadena de invocación. Los menús de la interface con el usuario, los botones, los menús desplegables, los controladores deslizantes y el texto editable son dispositivos que controlan las operaciones del software. Al completarse la ejecución de las instrucciones de la cadena de invocación, el control vuelve a la interfaz para que puedan elegirse otra opción del menú. Este ciclo se repite hasta que se cierra la GUI.

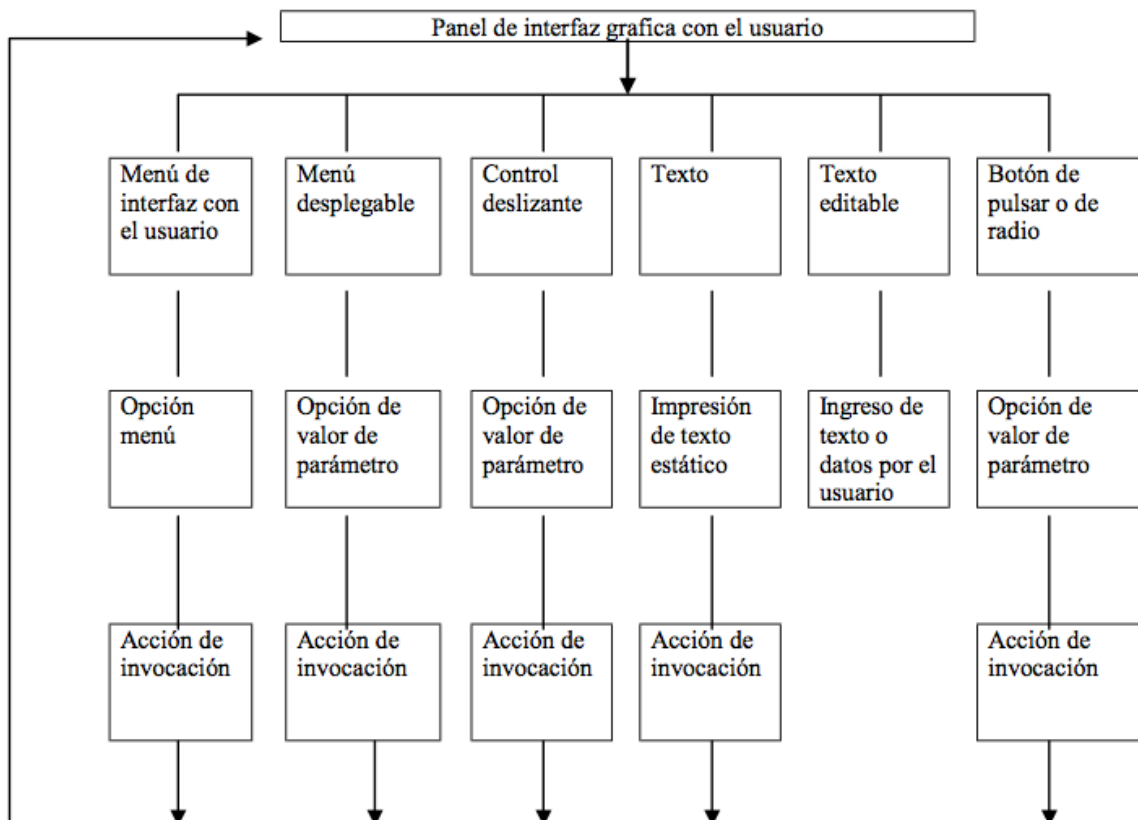


Figura 4.28. Flujo de funcionamiento de una GUI [13]

El control guarda un “*string*” que describe la acción a realizar cuando se invoca. Puede consistir en un sólo comando de MATLAB, en una secuencia de comandos, o en una llamada a una función. Es recomendable utilizar llamadas a funciones, sobre todo cuando se requieren un gran número de comandos en la invocación.

Los comandos con los que se trabaja son el “*set*” y “*get*” que dan y toman valores respectivamente de las propiedades de los elementos del GUI. Al ser usados, se ha de indicar no sólo la propiedad con la que se está interaccionando, sino también el elemento en sí. Esto se realiza mediante el comando *Handles* (*manejador*) que permite acceder a un elemento concreto. Del mismo modo, al hacer *click* sobre un elemento, el código se ha de escribir tras la *function* (*función*) que define a dicho elemento. A continuación, se muestran algunos ejemplos de cómo manejar estos comandos:

- Tomar el valor de un “*Radio button*” denominado “radiobutton1” y guardarlo en la variable “v” para su posterior uso:

```
> v = get(handles.radiobutton1, 'value');
```

- Realizar una suma o resta mediante un “*push button*” en función del valor “v” de un “*radio button*”:

```
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
```

```
> v = get(handles.radiobutton1, 'value');
```

```
> if v == 1;
    SUMA = 2+2;
    Res = SUMA;
> else
    RESTA = 2-2;
    Res = RESTA;
> end
```

- Mostrar el resultado anterior en el campo “*string*” de un “*static text*” denominado “text2” y el texto “*resultado*” en el mismo campo de un “*static text*” denominado “text1”:

```
> set(handles.text2, 'string', Res);
```

```
> set(handles.text1, 'string', 'Resultado');
```

Existen comandos para mostrar una variable y un texto a la vez, para tomar valores del campo *string* para limitar el número de elementos a mostrar, para convertir *strings* a formato *doublé*, etc. Al haber tal infinidad de posibilidades, se optará por mostrar las usadas en el desarrollo del programa durante la explicación del mismo. Del mismo modo, durante su desarrollo, se mostrarán ejemplos de uso para una mejor comprensión.

CAPÍTULO 5. EL PROGRAMA “DICAVE”

El programa *DICAVE* (*Diseño, Cálculo y Verificación de Ejes*) ha sido diseñado mediante la herramienta *GUIDE* de *Matlab* para facilitar el diseño y verificación de ejes sometidos a esfuerzos. Pretende sustituir al programa ADEJES usado en las prácticas de Diseño de Máquinas de la I.T.I. especialidad Mecánica, corrigiendo errores y acelerando el proceso de cálculo. El funcionamiento del mismo ha sido especialmente enfocado hacia la docencia, no obstante, está cualificado para ser usado fuera de esta. A continuación se introducen los modos de funcionamiento del programa DICAVE, sus características principales, sus mejoras respecto del programa ADEJES y un ejemplo de funcionamiento del mismo; contrastando sus resultados con el programa ADEJES y con cálculos hechos a mano.

5.1 Características y funcionamiento

El programa ADEJES resulta lento en cálculo y verificación de ejes, sus diagramas poseen incongruencias en los signos, errores en los resultados y es complejo a la hora de la selección de la sección crítica y los esfuerzos aplicados en la misma. No es capaz de calcular y verificar ejes cuya vida no sea infinita, no itera automáticamente y es larga la comparación entre distintas secciones. Estas causas tienen como resultado mejoras en las características del DICAVE, que pretende:

- Facilitar el proceso de introducción y modificación de cargas.
- Facilitar el entendimiento de los esfuerzos que sufre el eje.
- Asegurar al usuario que las secciones seleccionadas son las elegidas.
- Comparar resultados entre diferentes teorías con rapidez y claridad.
- Diseñar y verificar ejes cuya vida no sea infinita.
- Acelerar el proceso de introducción de coeficientes.
- Calcular y verificar varias secciones en paralelo.
- Obtener el factor de concentración de tensiones automáticamente.
- Realizar automáticamente las iteraciones necesarias.

Todas estas mejoras se irán mostrando según se vaya explicando el funcionamiento del programa. Asimismo, se mostrarán las diferentes ventanas que posee y las características de las mismas.

Una vez que se arranque el programa, aparecerá la ventana ilustrada en la figura 5.1, donde aparece el nombre del autor, tutoras y fecha del proyecto. Esta ventana permanecerá activa durante ocho segundos, pasado este tiempo se accederá a la ventana de inicio del programa (figura 5.3).



Figura 5.1. Ventana de arranque del DICAVE

A lo largo de la explicación del programa, se seguirá como pauta el esquema de ventanas ilustrado en la figura 5.2.

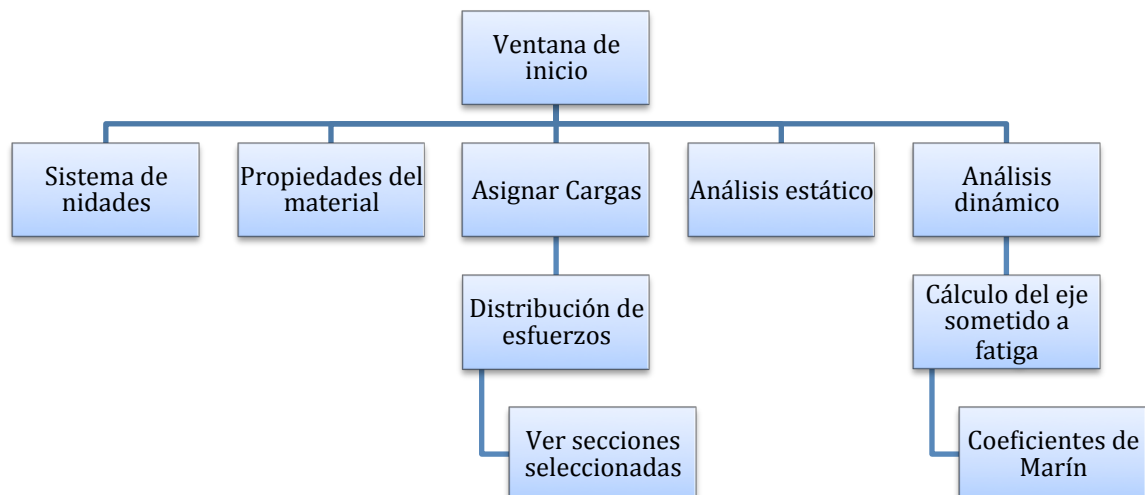


Figura 5.2. Esquema de explicación del programa

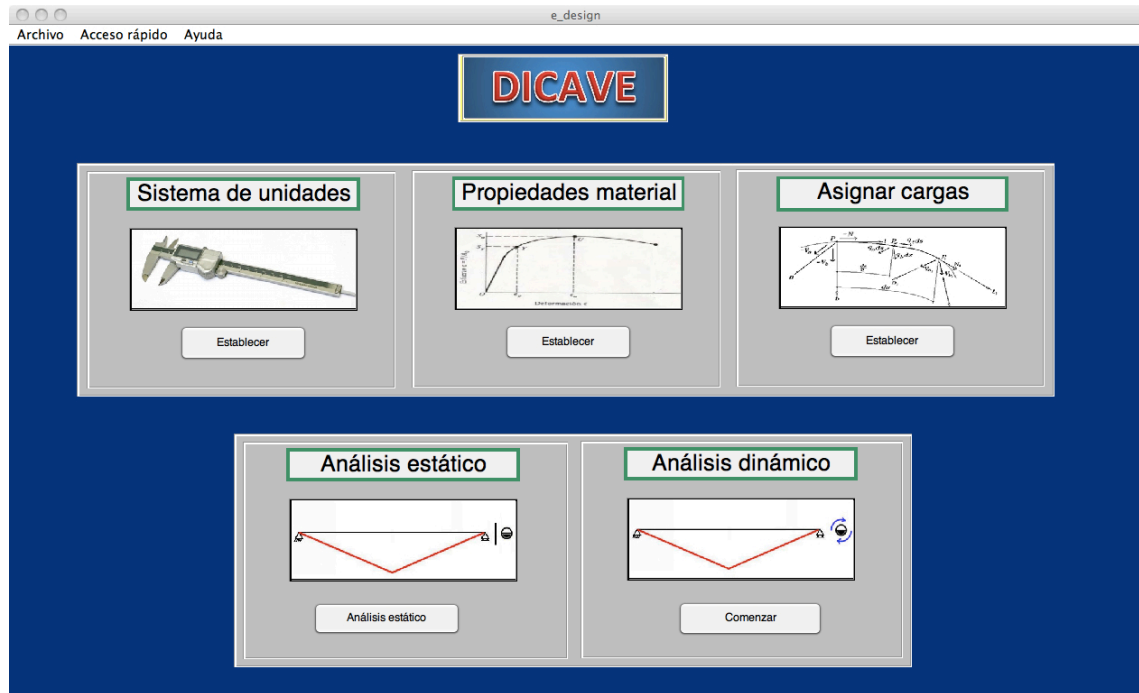


Figura 5.3. Ventana de inicio del DICAVE

En la ventana de inicio pueden distinguirse dos zonas principales, una primera en la que se contienen los menús desplegables y una segunda, en la cual aparecen los botones de acceso a diferentes ventanas.

Respecto de los menús desplegables, el menú *archivo* (figura 5.4), permite salir del programa y resetear todos los datos introducidos, volviendo al estado inicial del programa. El menú *acceso rápido* da la posibilidad al usuario de acceder a las cinco funciones principales de la ventana mediante comandos (figura 5.5). Por último, el menú *ayuda* permite acceder a una pequeña memoria del proyecto y dar al usuario una explicación de las diferencias que existen entre el caso de un análisis estático y un análisis dinámico (figura 5.6).

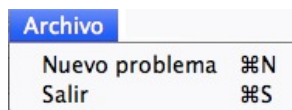


Figura 5.4. Menú desplegable Archivo

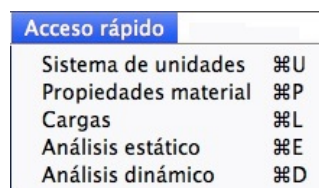


Figura 5.5. Menú desplegable Acceso rápido

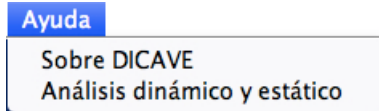


Figura 5.6. Menú desplegable Ayuda

A continuación, se comenta la zona de la ventana en la que se encuentran los botones de acceso a las posibilidades del programa. Se sigue el orden de trabajo del programa contando con las sub-ventanas que se encuentren en las mismas:

- Sistema de unidades.
- Propiedades del material.
- Asignar cargas → Sub-ventana *Distribución de esfuerzos*.
- Análisis estático.
- Análisis dinámico → Sub-ventana *Cálculo del eje a fatiga*.

- Sistema de unidades:

Pinchando en *sistema de unidades* aparecerá la ventana mostrada en la figura 5.7. Esta ventana da la posibilidad de trabajar en las siguientes unidades de fuerza y longitud:

- Fuerza: Newton, Kilonewton, Kilopondio.
- Longitud: metro, milímetro.

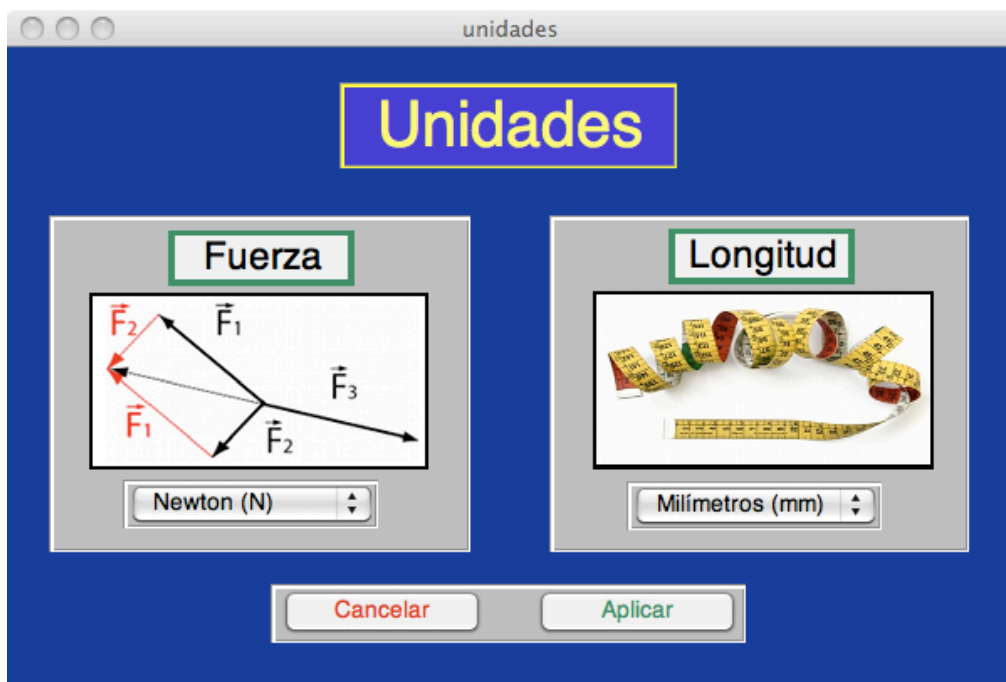


Figura 5.7. Ventana Unidades

Si se intenta acceder a esta ventana tras haber introducido las propiedades del material, aparecerá el mensaje mostrado en la figura 5.8, que avisa que si se accede a la ventana se borrarán las propiedades del material introducidas con anterioridad.

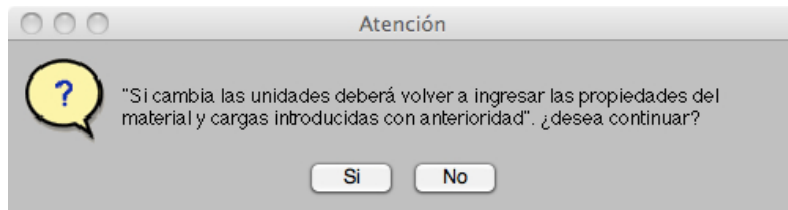


Figura 5.8. Ventana de aviso en Unidades

Las diferentes combinaciones de unidades producen también un cambio en las unidades de tensión del programa, no obstante, en la obtención de resultados, estos se mostrarán siempre en Megapascuales.

- Propiedades del material:

En el caso de acceder a la ventana *propiedades del material*, se abre una ventana en la cual pueden introducirse los valores de resistencia última a la tracción, resistencia a fluencia y dureza del material de estudio (figura 5.9).

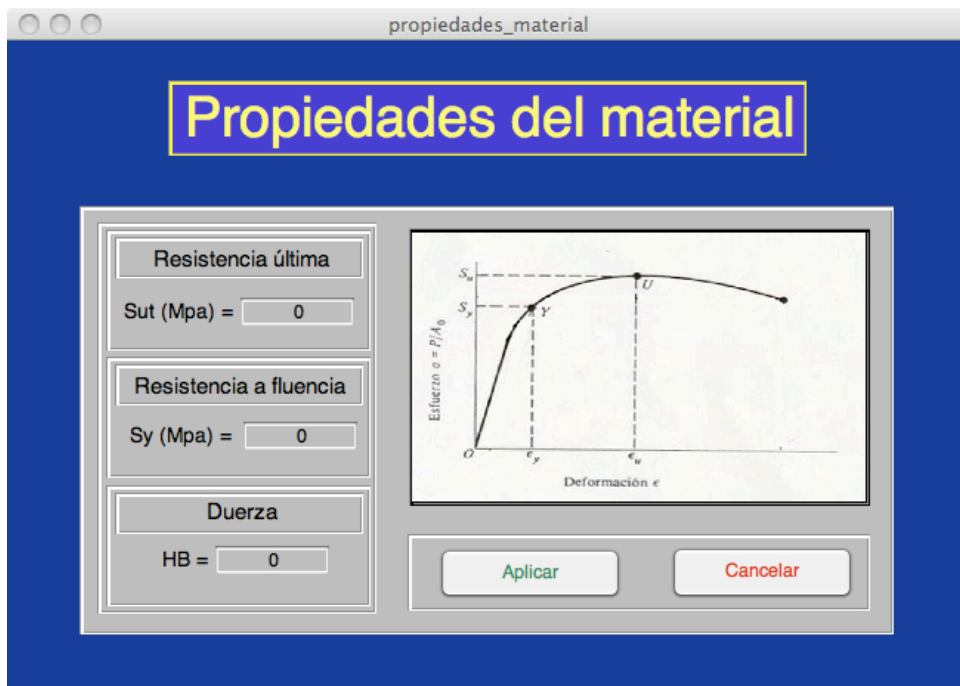


Figura 5.9. Ventana Propiedades del material

Si las propiedades introducidas por el usuario no se corresponden con las de los materiales usados en el diseño de ejes, aparece la ventana de mensaje mostrada en la figura 5.10 que recomienda revisar las unidades, evitando, de este modo, un posible error en el cálculo.

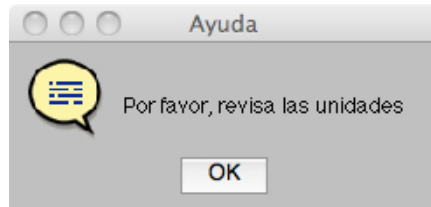


Figura 5.10. Ventana ayuda de Propiedades del material

- Asignar cargas:

Si se accede a *Asignar cargas* aparece la ventana de la figura 5.11. En esta ventana el usuario debe introducir la posición de los apoyos, las cargas a las que se encuentra sometido el eje y si estas son alternantes o no.



Figura 5.11. Ventana Asignar cargas

Si se da el caso en que el usuario quiere acceder a la ventana *Asignar cargas* antes de introducir las propiedades del material, aparecerá la ventana de error mostrada en la figura 5.12.

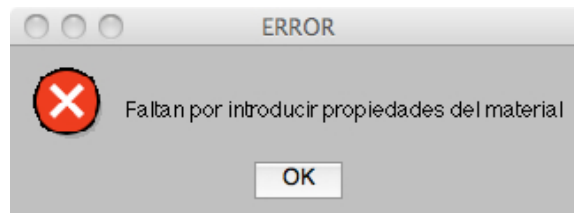


Figura 5.12. Ventana faltan propiedades del material

Existe también la posibilidad de que el usuario pulse en *calcular* sin haber cambiado la posición de los apoyos o sin haber añadido cargas. En estos casos aparecerán las ventanas de error mostradas en las figuras 5.13 y 5.14 respectivamente avisando de ello.

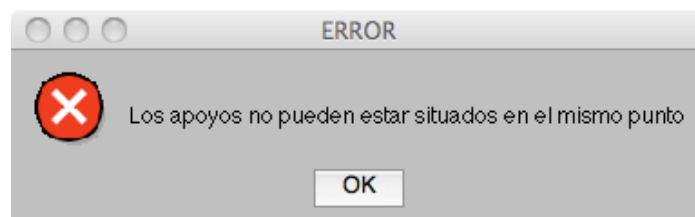


Figura 5.13. Ventana los apoyos están en el mismo punto

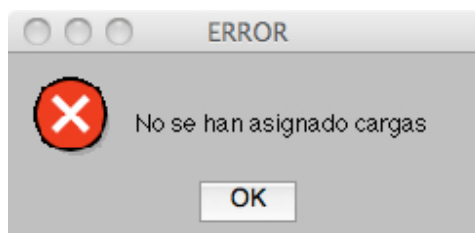


Figura 5.14. Ventana no se han asignado cargas

Tras introducir los apoyos y las correspondientes cargas, al pulsar en *calcular* se accede a la ventana *Distribución de esfuerzos*.

- Distribución de esfuerzos:

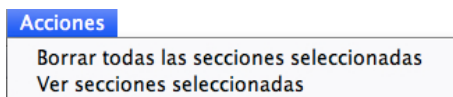
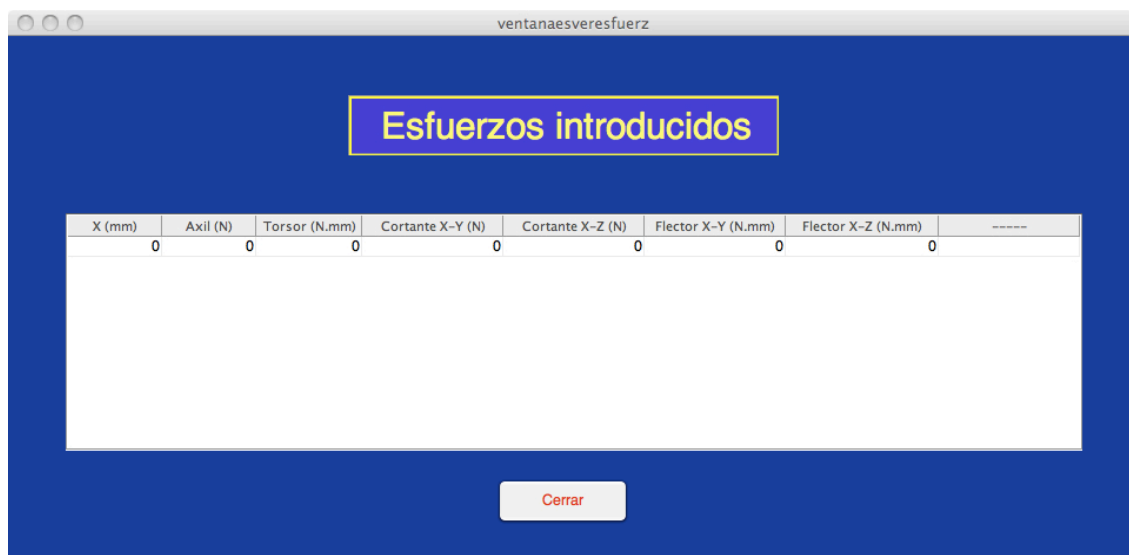
La ventana *Distribución de esfuerzos* (figura 5.15) da múltiples posibilidades a la hora de visualizar y encontrar las secciones críticas. Posee dos grandes zonas gráficas en las que pueden mostrarse los axiles, cortantes, momentos flectores y torsores a los que se ve sometido el eje. Estas zonas son independientes, se escalan automáticamente para que la visualización sea completa y para poder comparar la relevancia de unos y otros esfuerzos. Si se pincha en el gráfico puede obtenerse el valor en dicho punto, no obstante, es recomendable usar la *Selección por posición* pues muestra el valor exacto.

La *selección por posición* muestra los valores de los esfuerzos que hay en una cota especificada. Para ello, basta con introducir la cota que se desea estudiar y automáticamente muestra los valores del axil, torsor, cortante y flector a los que está sometida. En el caso de que uno de estos cambie en ese mismo punto, se activarán unas casillas a la derecha e izquierda del esfuerzo, dando la posibilidad de seleccionar el esfuerzo de un lado u otro. Una vez seleccionado, pulsando en el botón “+”, se graba la sección y los esfuerzos, pudiendo almacenarse hasta un máximo de nueve secciones simultáneas.

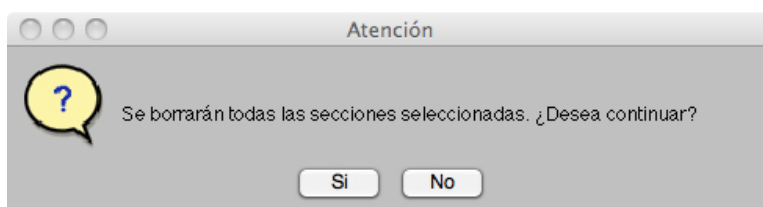


Figura 5.15. Ventana distribución de esfuerzos

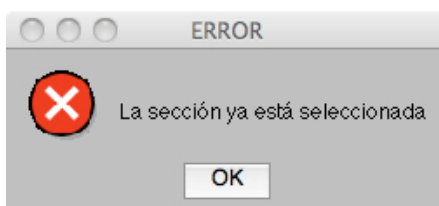
Una vez seleccionadas las secciones críticas, estas pueden ser visualizadas en el menú *Acciones* (figura 5.16) por medio de la ventana mostrada en la figura 5.17.

**Figura 5.16.** Ventana Acciones**Figura 5.17.** Ventana esfuerzos introducidos

Estas secciones pueden borrarse a través del mismo menú, no obstante aparecerá la ventana mostrada en la figura 5.18 para advertir al usuario de esto.

**Figura 5.18.** Ventana se borrarán los esfuerzos

Si ocurre el caso en que el usuario selecciona dos veces la misma sección, el programa le avisará mediante la ventana mostrada en la figura 5.19.

**Figura 5.19.** Ventana sección duplicada

Respecto al botón *CS*, abre la ventana de la figura 5.20 que muestra el criterio de signos tomado por el programa.

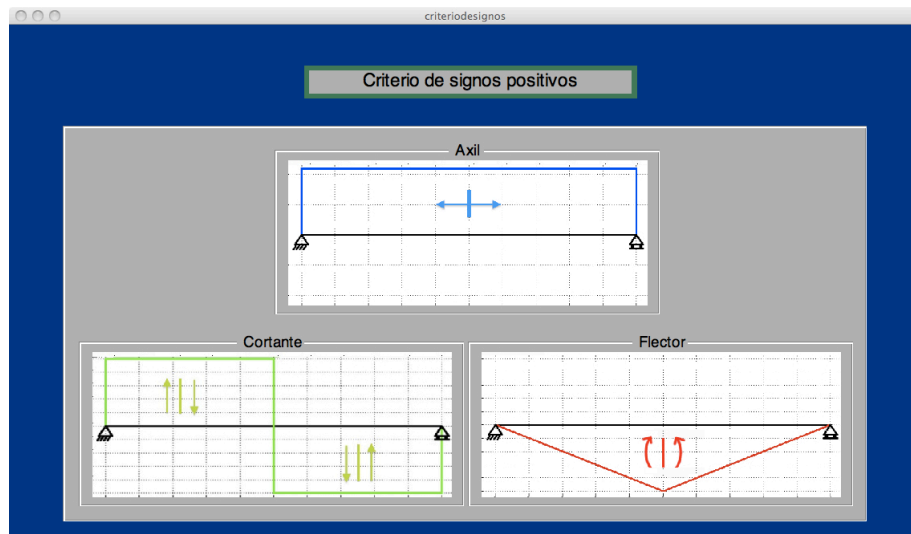


Figura 5.20. Ventana criterio de signos

- Análisis estático:

Mediante la ventana *Análisis estático* (figura 5.21), se realiza el cálculo del diámetro o del coeficiente de seguridad de las secciones del eje, tomadas en la ventana *Distribución de esfuerzos*. Permite también la elección de la teoría de cálculo deseada.

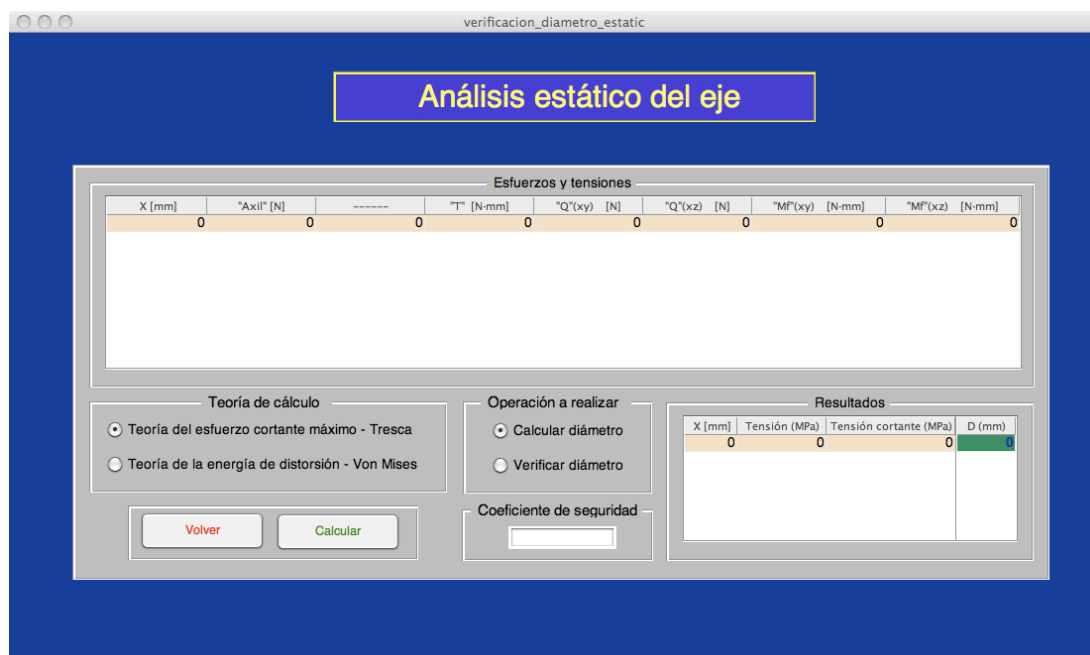


Figura 5.21. Ventana Análisis estático

- Análisis dinámico:

En la ventana *Análisis dinámico* (figura 5.22), se establecen los criterios de cálculo del programa. Estos criterios se dividen por un lado en la teoría de cálculo y por otro en los ciclos de vida del elemento. En el momento en que el usuario elige una teoría de cálculo, esta se marca con una línea verde y se muestra su ecuación. Esto mejora la comprensión de los resultados obtenidos posteriormente ya que, no sólo muestra la ecuación sino que es visible el área segura en el gráfico. A la hora de introducir los ciclos de vida, esto se puede realizar arrastrando el *Slider* inferior al diagrama de *Goodman*, o introduciendo los ciclos que se deseen en la casilla marcada en rojo. Una vez introducidos, aparecerá una barra vertical roja indicando al usuario la posición en la que se encuentra, y a su vez, se iluminará en color verde el régimen de ciclos correspondiente.

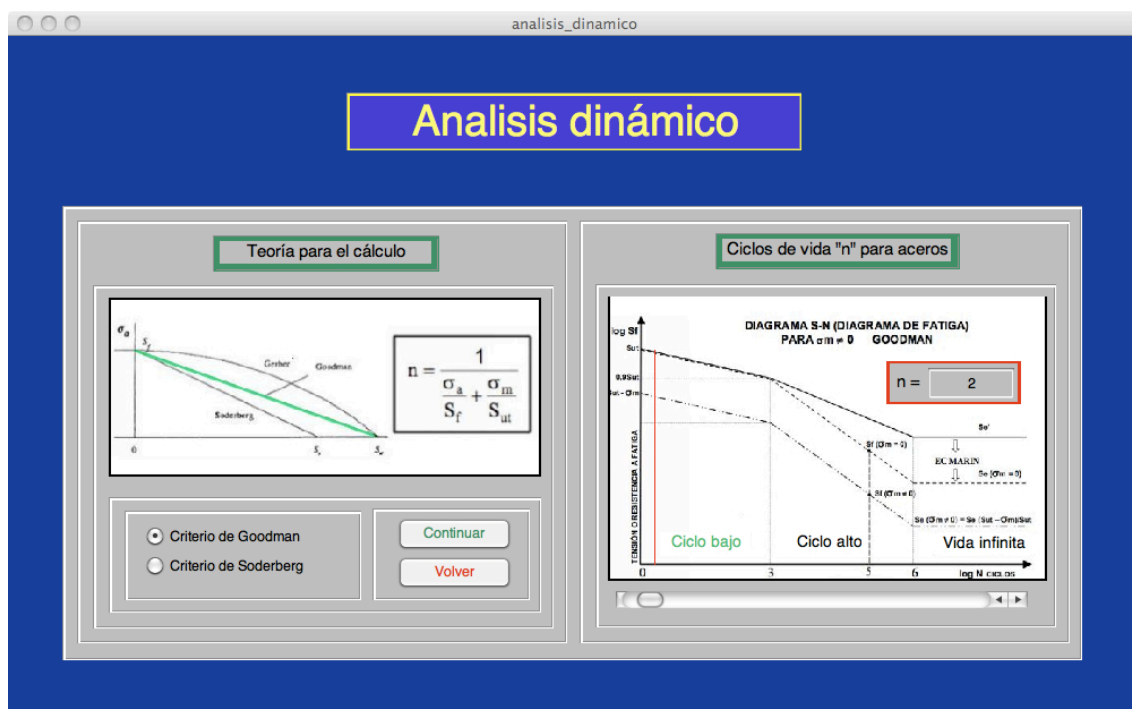


Figura 5.22. Análisis dinámico

En el caso de que el usuario pulse en *Continuar* sin haber introducido los ciclos de vida, aparecerá la ventana de error mostrada en la figura 5.23 avisando de ello.

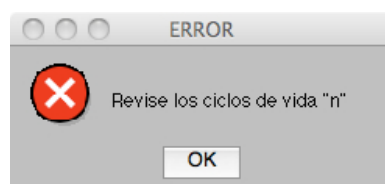


Figura 5.23. Ventana revise los ciclos de vida

- Cálculo del eje sometido a fatiga:

Tras haber introducido los valores correspondientes en la ventana *Análisis dinámico* y pulsar en *Continuar*, se accede a la ventana *Cálculo del eje sometido a fatiga* (figura 5.24). Esta figura posee tres zonas independientes que muestran de un modo claro y sencillo los aspectos más relevantes del estudio que se esté realizando. En primer lugar, la parte superior muestra todas las secciones seleccionadas por el usuario, los esfuerzos y las tensiones a las que se encuentran sometidas. En segundo lugar, la parte inferior izquierda muestra, por cada sección, los valores de los coeficientes de Marín, el límite de fatiga sin corregir, el límite de fatiga corregido, la tensión límite si no se ha elegido el criterio de vida infinita y el coeficiente de seguridad o diámetro del eje, según se esté verificando o calculando. Por último, en la zona inferior derecha, aparecen en una lista todas las secciones a estudiar, la operación que se va a realizar y el acceso a los coeficientes de Marín de cada sección mediante el botón *Editar sección*.




Figura 5.24. Ventana cálculo del eje sometido a fatiga

Si se da el caso en que el usuario decide cambiar la operación a realizar, el programa lanzará una ventana avisando de ello y de que varios coeficientes de Marín serán reseteados al valor la unidad (figura 5.25).

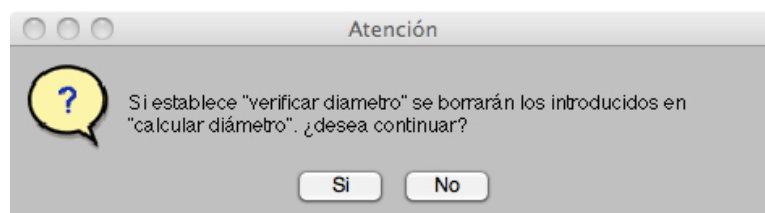
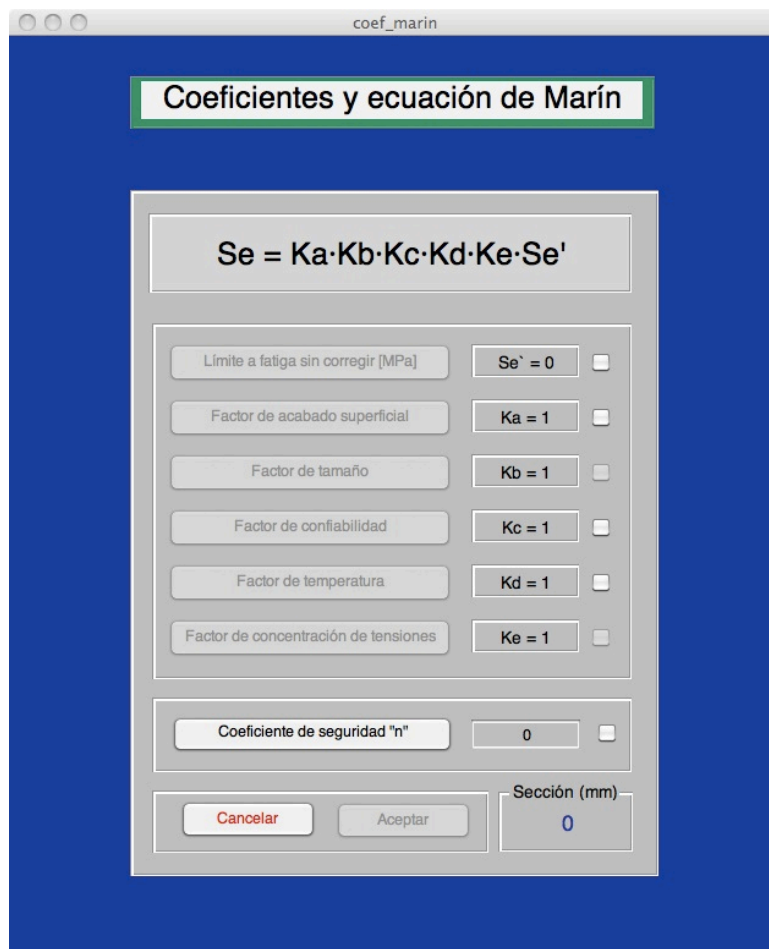


Figura 5.25. Ventana de aviso cambio de operación

Una vez el usuario elija la operación a realizar, se seleccionará la sección a editar y se pulsará en *Editar sección*, lo que producirá la apertura de la ventana de la figura 5.26. En esta ventana pueden diferenciarse tres zonas principales. En primer lugar, la zona superior muestra la ecuación de Marín a modo de recordatorio para el usuario. En segundo lugar, en la zona central aparece el límite de fatiga sin corregir y los diferentes coeficientes de Marín. Por último, en la zona inferior aparece la sección que se está estudiando y el coeficiente de seguridad o el diámetro a introducir por el usuario según la operación elegida por el mismo.

La cualidad que posee el programa de realizar cálculos en paralelo no ha de suponer un aumento del tiempo de introducción de datos. Por esto mismo, a la derecha de en cada coeficiente, aparece una pestaña activable. Esta pestaña aplica el coeficiente correspondiente al resto de secciones de estudio. De este modo, sólo hay que introducir una vez los coeficientes comunes, acelerando en gran medida el proceso de introducción de los mismos.



The screenshot shows a software window titled 'coef_marin'. At the top, a green-bordered box contains the text 'Coeficientes y ecuación de Marín'. Below this, a light gray box displays the equation $Se = Ka \cdot Kb \cdot Kc \cdot Kd \cdot Ke \cdot Se'$. Underneath, there are six rows of input fields and checkboxes. Each row has a label on the left and a value with a checkbox on the right. The labels are: 'Límite a fatiga sin corregir [MPa]', 'Factor de acabado superficial', 'Factor de tamaño', 'Factor de confiabilidad', 'Factor de temperatura', and 'Factor de concentración de tensiones'. The corresponding values and checkboxes are: $Se' = 0$, $Ka = 1$, $Kb = 1$, $Kc = 1$, $Kd = 1$, and $Ke = 1$. Below these, there is a section for 'Coeficiente de seguridad "n"' with a value of '0' and a checkbox. At the bottom, there are two buttons: 'Cancelar' (red) and 'Aceptar' (gray). To the right of these buttons is a field for 'Sección (mm)' with a value of '0'.

Figura 5.26. Ventana edición de coeficientes de Marín

La ventana bloquea el acceso a los coeficientes hasta que no se ha introducido el diámetro o coeficiente de seguridad correspondientes. En caso de no introducirlos, aparecerá una ventana avisando al usuario.

A continuación, se comentan las ventanas del límite a fatiga sin corregir y de los diferentes coeficientes de Marín.

En primer lugar, si se pincha en *Límite a fatiga sin corregir* se abre la ventana de la figura 5.27. Esta figura muestra en su parte inferior la resistencia última del material que se está usando, la opción de selección del tipo de acero y la operación que se va a realizar según se elija un tipo u otro de acero.

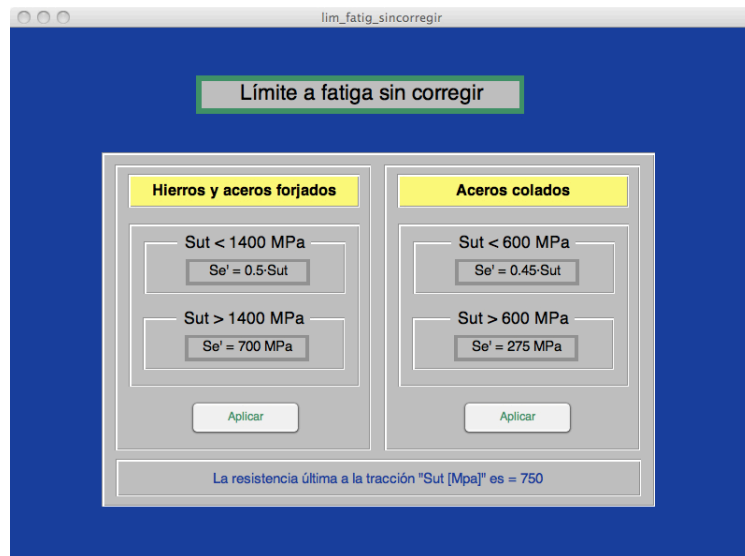


Figura 5.27. Ventana edición del límite a fatiga sin corregir

En segundo lugar, pinchando en *Factor de acabado superficial*, se accede a la ventana de la figura 5.28. En esta figura se muestra la ecuación para calcular dicho factor, una lista para elegir el tipo de acabado que posee el material, los factores “a” y “b” de dicho acabado y el resultado del coeficiente “K_a”.

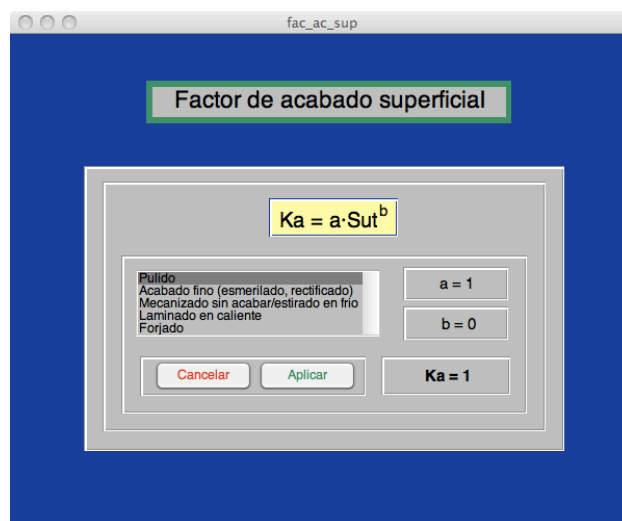


Figura 5.28. Ventana edición del acabado superficial

Si se selecciona la opción de *Factor de tamaño*, se muestra la ventana de la figura 5.29. Esta figura, en función de si se está calculado el coeficiente de seguridad o el diámetro, mostrará en las casillas de *flexión y torsión* el correspondiente valor de " K_b " o el texto *iterar* respectivamente. El usuario deberá elegir entre carga axial o flexión y torsión alternante. No obstante, si el usuario no sabe cual elegir, pulsando en ayuda se abrirá una ventana indicando el criterio que se ha de seguir.

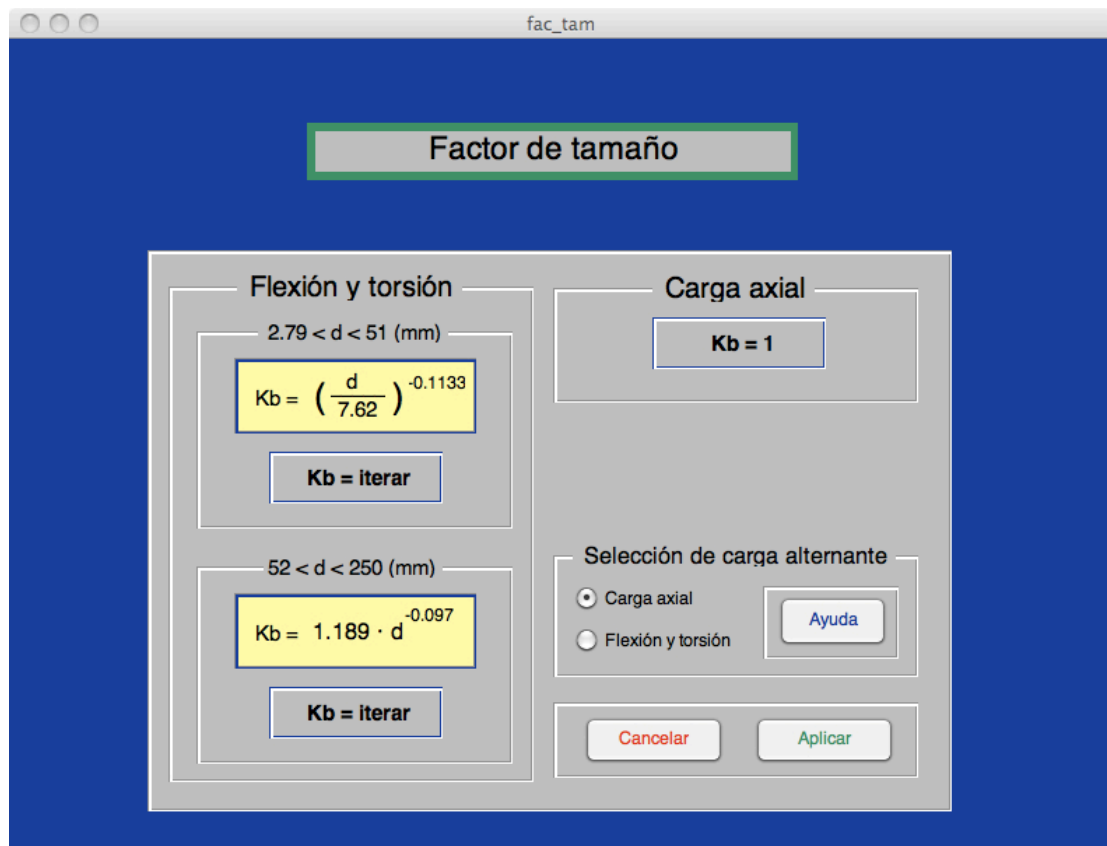


Figura 5.29. Ventana edición del factor de tamaño

Si se da el caso en que el usuario elija la opción de *flexión y torsión* en un cálculo de diámetro, aparecerá la ventana de mensaje de la figura 5.30 indicando al mismo de que el factor de tamaño se iterará posteriormente junto con la sección.

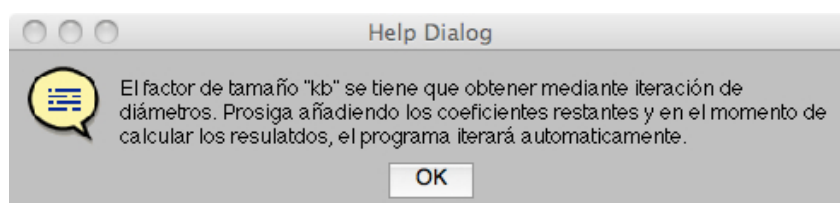


Figura 5.30. Ventana se iterará K_b

Si se selecciona el *Factor de confiabilidad*, se abre la ventana de la figura 5.31, que muestra una lista del valor del coeficiente en función de la fiabilidad deseada.

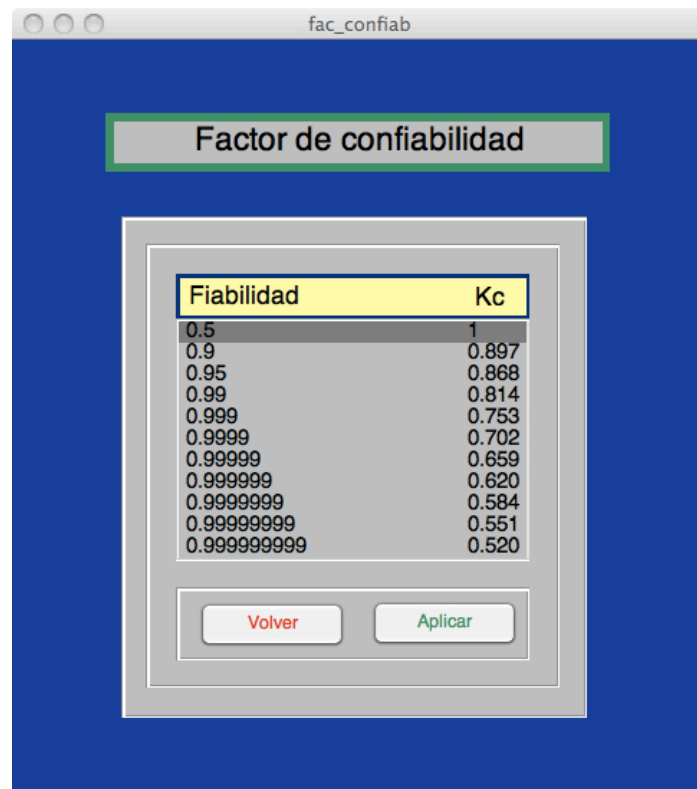


Figura 5.31. Ventana factor de confiabilidad

En el caso del *factor de temperatura*, se abre la ventana mostrada en la figura 5.32. En esta figura, el usuario ingresa la temperatura a la que va a trabajar el eje y el programa calcula el coeficiente “K_d” según la ecuación que se muestra en la misma.

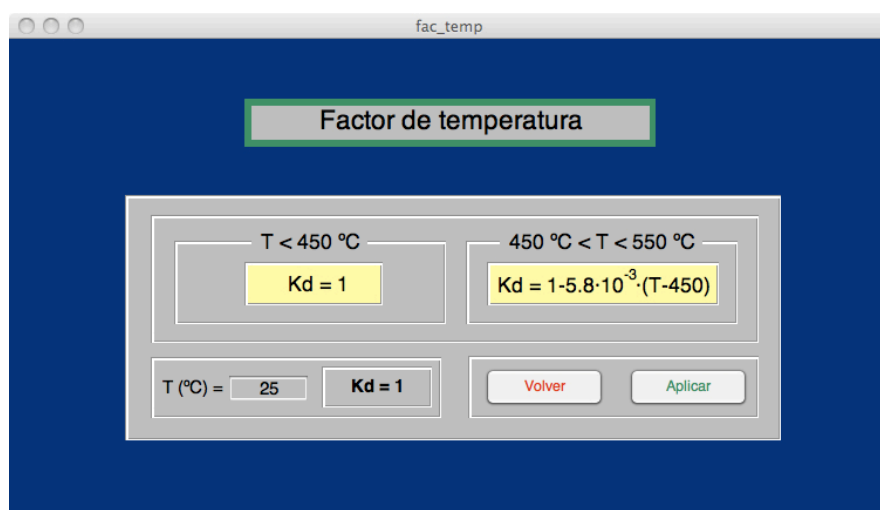


Figura 5.32. Ventana factor de temperatura

El último factor a editar es el *Factor de concentración de tensiones*. Al pinchar en este, se abre la ventana de la figura 5.33, la cual permite la elección de dos tipos distintos de concentrador de tensiones; *Ranura, taladro o cambio de radio de la sección* y *Chaveteros con talón o fresados*. Cada tipo de concentrador muestra la subclase elegida y, en su parte inferior, la ecuación correspondiente.

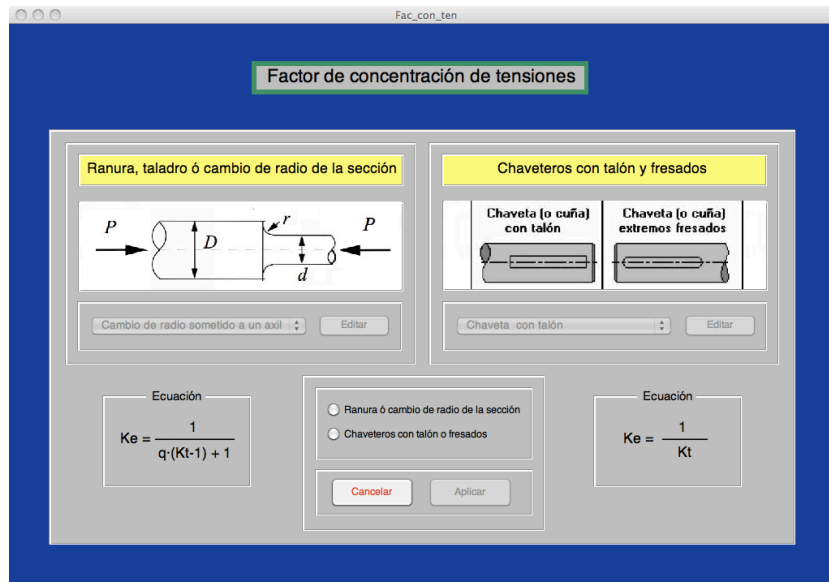


Figura 5.33. Ventana factor de concentración de tensiones

Si se selecciona *Ranura, taladro o cambio de radio de la sección*, el usuario seleccionará el tipo concreto de concentrador de tensiones por medio del menú y, posteriormente, pulsará en *editar* abriendo la ventana de la figura 5.34. En esta figura se muestra un gráfico con la sensibilidad a las ranuras “q” que deberá introducir el usuario. Esto se realizará por medio de unos *Sliders* y una casilla para introducir el valor del radio.

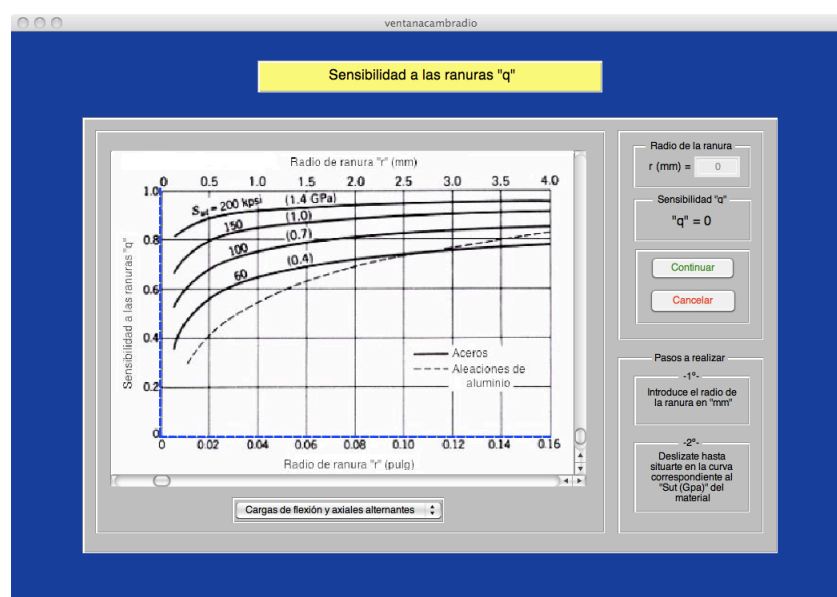


Figura 5.34. Ventana factor sensibilidad a las ranuras “q”

Tras establecer la sensibilidad a la ranura y pulsar en *Continuar* se accede a la ventana mostrada en la figura 5.35. En esta ventana, se muestran los gráficos correspondientes al concentrador de tensiones tomado, así como el valor de sensibilidad a las ranuras establecido.

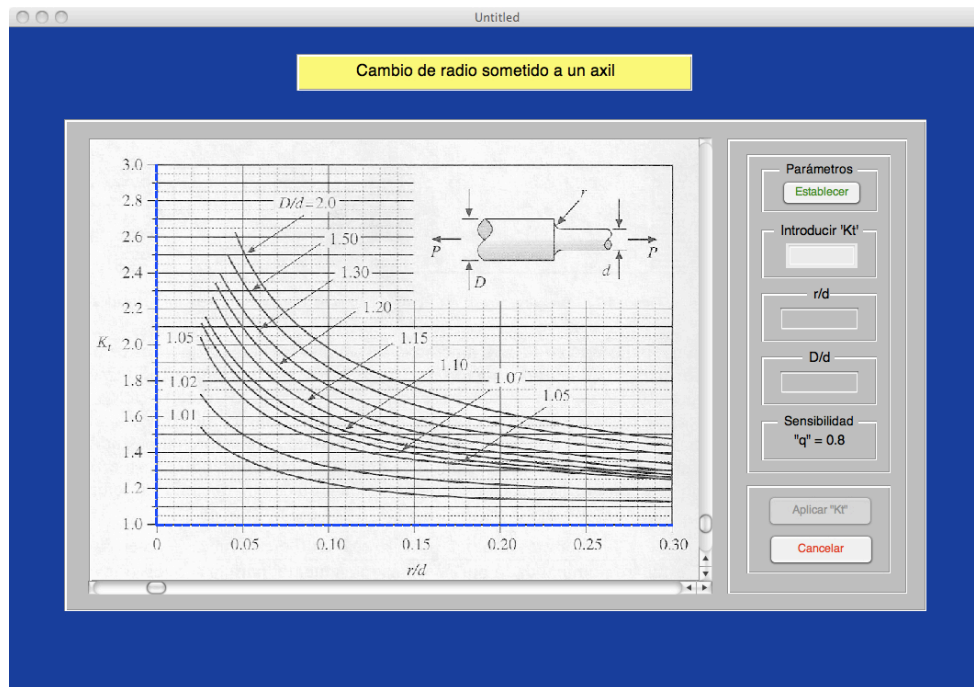


Figura 5.35. Ventana factor concentrador específico

Para obtener el valor del factor " K_t " han de introducirse en primer lugar los parámetros requeridos para el mismo. Para esto se pincha en el botón *Parámetros*, abriéndose la ventana de la figura 5.36 en la que se han de introducir los mismos. Una vez introducidos, el programa mostrará las relaciones " r/d " y " D/d " correspondientes y permitirá al usuario introducir el factor " K_t ". Posteriormente, el programa iterará el gráfico para evitar un error por parte del usuario y sustituirá el valor de " K_t " introducido por el resultado de la iteración.

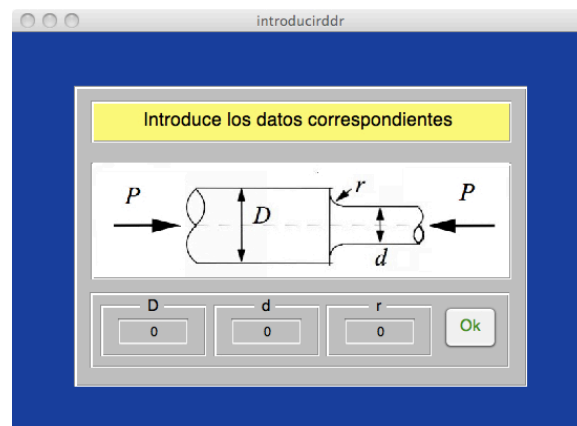



Figura 5.36. Ventana parámetros específicos

En el caso en que el concentrador de tensiones sea por una chaveta, el usuario seleccionará si esta posee aristas en talón o fresadas. Una vez seleccionado, y pulsando en *Editar*, accederá a la ventana mostrada en la figura 5.37. Esta ventana muestra una tabla de los valores de " K_f " en función del tipo de chaveta y de la dureza del material, no obstante, tan sólo podrán ser seleccionados los valores correspondientes a la chaveta elegida y a la dureza del material introducida.



Chaveteros en la sección

Aplicar

Cancelar

	Chaveta (o cuña) con talón		Chaveta (o cuña) extremos fresados	
	Flexión	Torsión	Flexión	Torsión
Acero	Factor de concentración de esfuerzos por fatiga o reducido K_f			
Aleados (< 200 HB)	1.3	1.3	1.6	1.3
Templado y revenido (>= 200 HB)	1.6	1.6	2.0	1.6

Figura 5.37. Ventana Chaveteros

Una vez se han introducido todos los factores de la sección especificada por el usuario, y marcando las casillas en que estos son comunes con otras secciones, puede procederse a cambiar los coeficientes no comunes de las secciones restantes. Una vez cambiadas, en la tabla de coeficientes de la ventana de la figura 5.24 se mostrarán los mismos con su valor. En el caso del cálculo del diámetro de un eje, el coeficiente de tamaño " K_b " será iterado con posterioridad. Esto puede verse reflejado en dicha tabla mostrando el valor cero. Este valor no es más que una indicación de que el coeficiente está pendiente de iteración pues nunca puede ser el mismo cero.

En el momento en que se esté listo el usuario pulsará el botón *Calcular "Se"* de la ventana de la figura 5.24, activándose el botón *calcular "n"* o *calcular "d"* según corresponda. En el caso de la verificación de diámetros, tras pulsar en *calcular* se mostrarán los resultados obtenidos. En el caso del cálculo de diámetros, al pulsar en *Calcular "Se"* se abrirá la ventana correspondiente a la figura 5.38 avisando que se procederá a iterar.

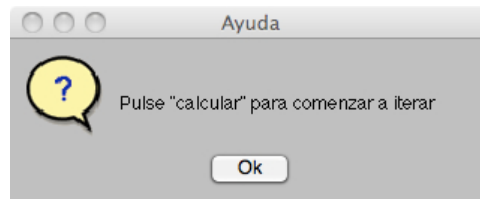


Figura 5.38. Ventana Se procederá a iterar

Tras aceptar el aviso y pulsar en *Calcular*, se abrirá la ventana de la figura 5.39. En esta ventana, se muestra la sección que se está iterando, un gráfico del proceso de iteración y una tabla en la que aparecerán registradas todas las iteraciones que el programa ha realizado hasta llegar al resultado obtenido. Cada vez que se itere una sección, se pasará a la siguiente sección y se esperará a la aprobación del usuario para proceder a ser iterada. Esto ocurrirá sucesivamente hasta que todas las secciones sean iteradas. Una vez se acabe de iterar se volverá a la ventana de la figura 5.24 donde se mostrarán los resultados obtenidos y todos los valores calculados.

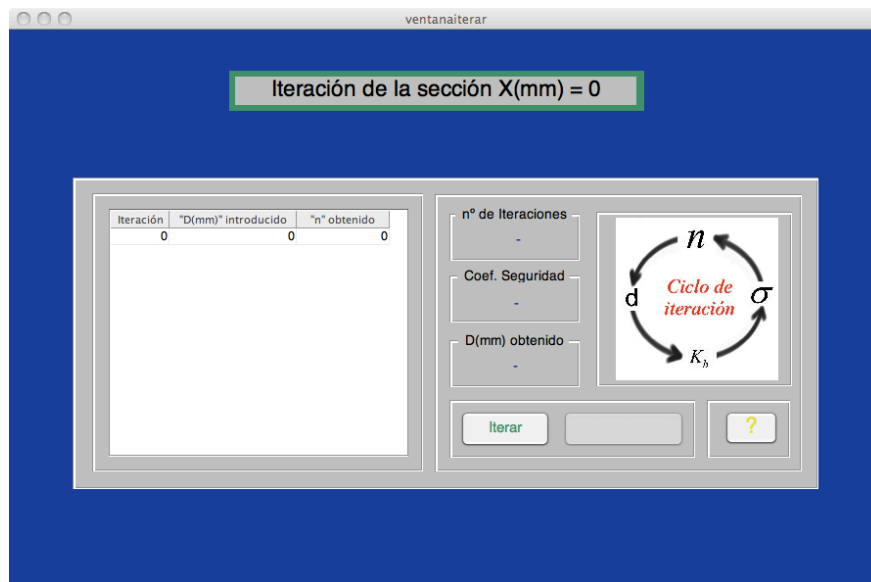


Figura 5.39. Ventana iterar

En el caso en que una sección posea un tamaño menor o mayor que el permitido por la teoría, el programa avisará al usuario de lo ocurrido mediante la ventana correspondiente a la figura 5.40 y dicha sección no se resolverá.

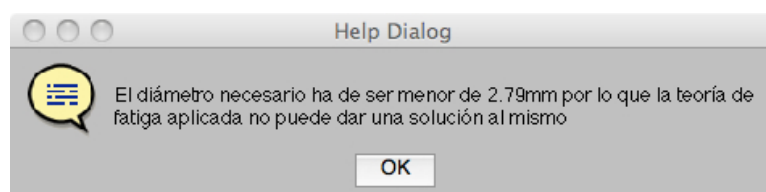


Figura 5.40. Ventana diámetro fuera de márgenes

La figura 5.39 posee un botón de ayuda que abre la ventana de la figura 5.41. Además de esta, el programa posee otras ayudas para el usuario con el fin de mejorar su comprensión a la hora del estudio de ejes como a la hora de entender el programa (figura 5.42). Así mismo, posee múltiples sistemas de prevención de errores en la introducción de datos por parte del usuario.

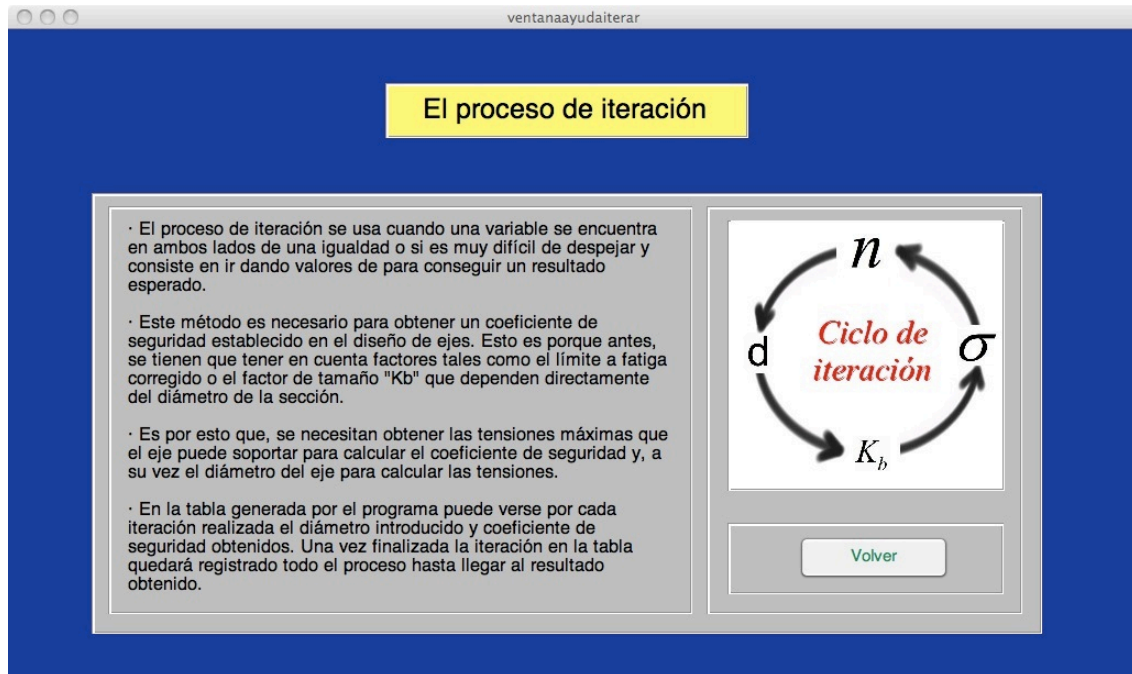


Figura 5.41. Ventana ayuda en iteración

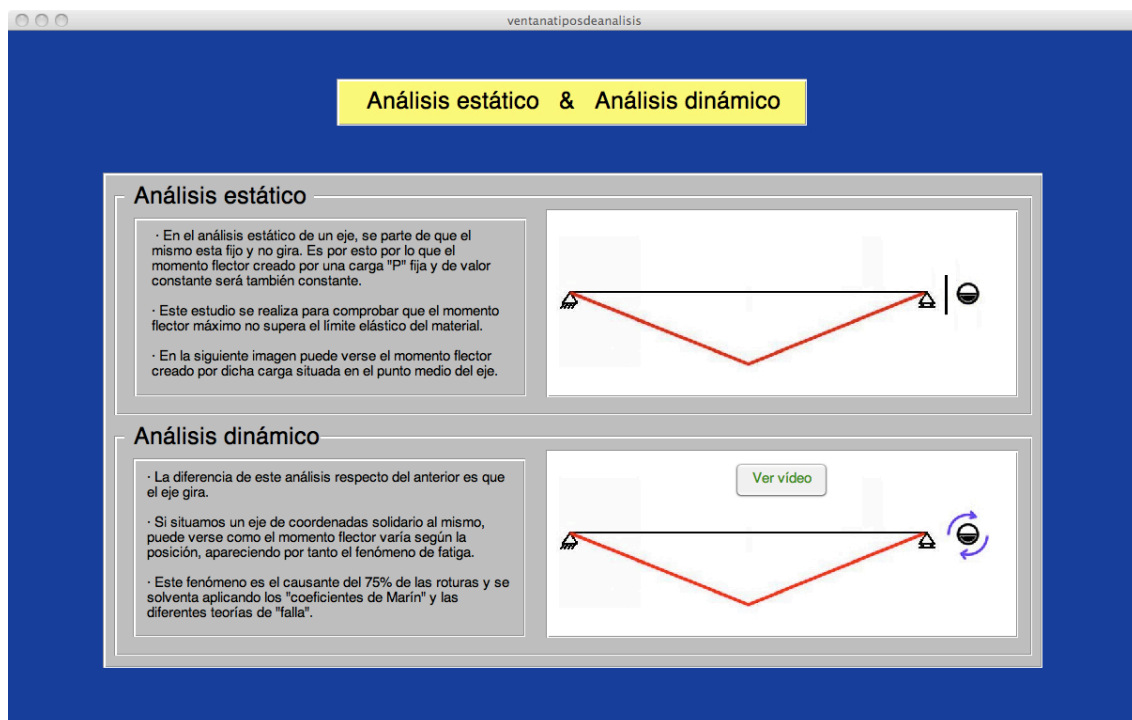


Figura 5.42. Ventana ayuda en análisis

5.2 Ejemplo de aplicación

A continuación se realizará un problema de un eje sometido a ciertas cargas mediante la aplicación DICAVE. Posteriormente, en el apartado 5.3, se calculará con la aplicación ADEJES. Por último, se verificarán los resultados mediante cálculos realizados a mano.

Problema: Dado el eje de la figura 5.43, calcular el coeficiente de seguridad para los diámetros dados y el diámetro necesario para obtener un coeficiente de seguridad de 1.2 con la teoría deseada, teniendo en cuenta que:

- $S_{ut} = 380\text{Mpa}$, $S_y = 321\text{Mpa}$ y Dureza = 240HB
- El material ha sido forjado y laminado en caliente
- Se desea una fiabilidad del 99%
- La temperatura de trabajo son 460°C
- El diámetro del eje es de 25mm
- Existe un concentrador de tensiones en el centro del eje (Figura 5.44)
- Las longitudes están expresadas en milímetros y la fuerza en Newtons

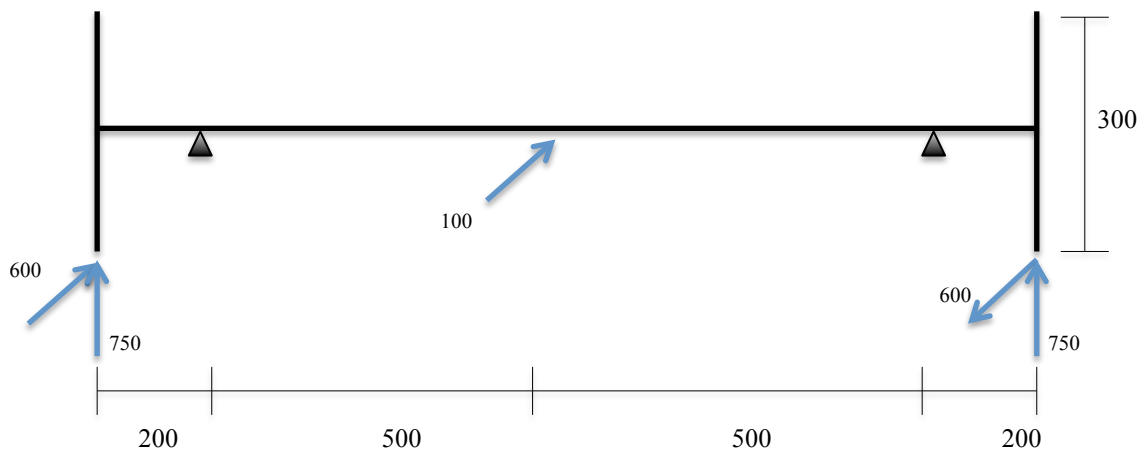


Figura 5.43. Problema de ejemplo

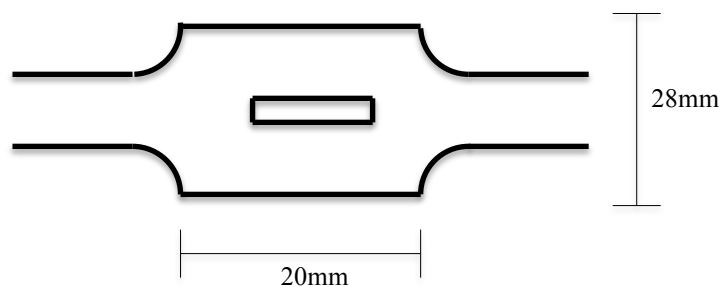


Figura 5.44. Concentrador de tensiones

En primer lugar, se arranca el programa y se introducen las propiedades del material (Figura 5.45).

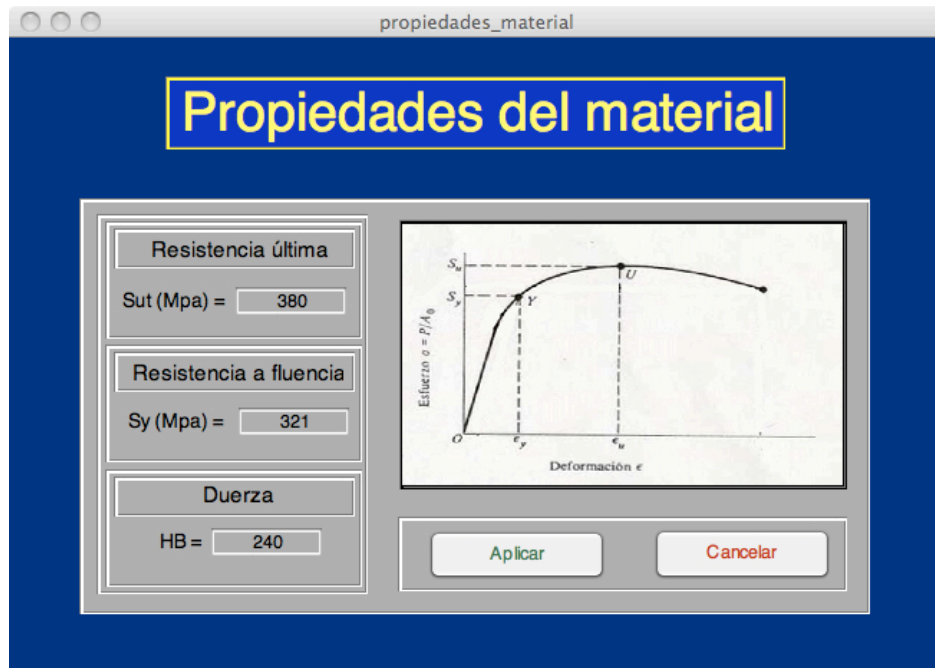


Figura 5.45. Propiedades del material del problema

A continuación se establece la posición de los apoyos, de las cargas y su valor (Figura 5.46).



Figura 5.46. Asignar cargas en el problema

Una vez introducidas las cargas se buscan las secciones críticas en la ventana *Distribución de esfuerzos*. En la figura 5.47, se muestra por un lado el flector del plano X-Y y por el otro el flector del plano X-Z y el torsor, lo que facilita la búsqueda de la sección crítica. Una vez analizada la figura y obtenido el valor máximo del flector mediante la herramienta *Selección por posición*, se tomarán las siguientes secciones críticas:

- $X = 200$, por encontrarse el momento flector máximo.
- $X = 700$, por existir un concentrador de tensiones (chavetero).
- $X = 710$, por existir un concentrador de tensiones (cambio de radio).

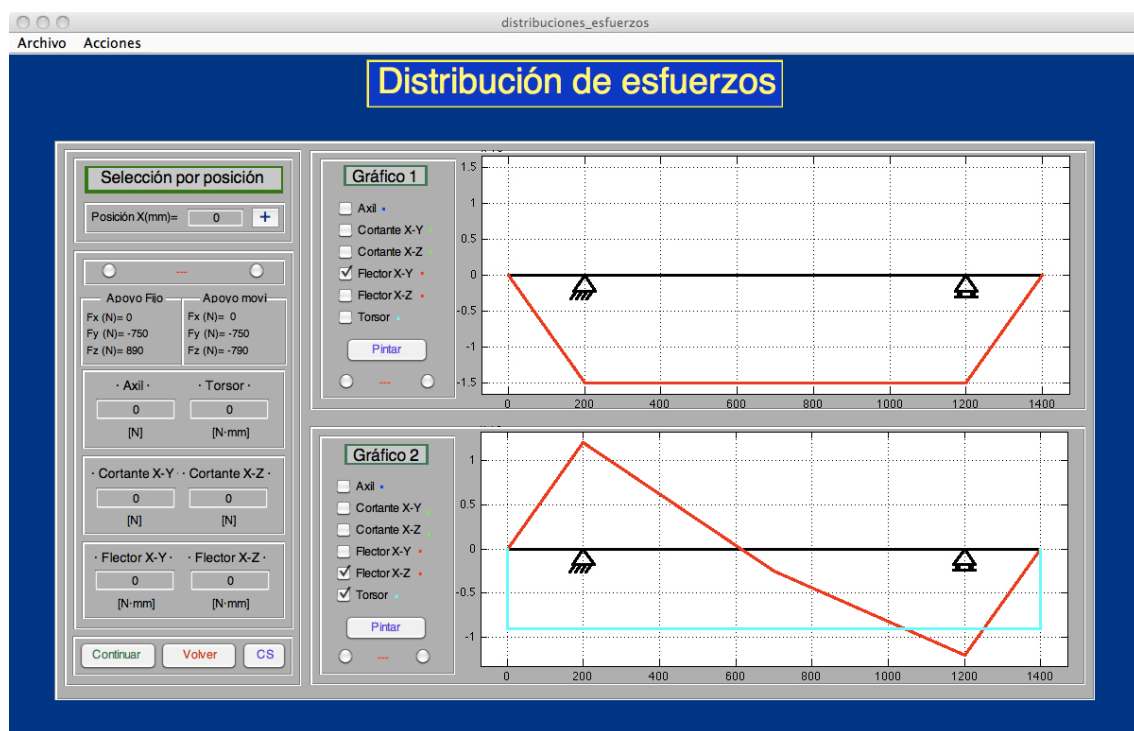


Figura 5.47. Flectores y torsores del problema

En el momento de tomar los valores, se observa como al introducir las cotas $X=200$ y $X=700$ en *Selección por posición*, se activan unas casillas en los cortantes X-Y y X-Z. Estas casillas (figura 5.48) permiten al usuario seleccionar el esfuerzo por la derecha o izquierda si el punto de análisis posee un escalón. En la figura 5.49 puede observarse el escalón que origina la aparición de las casillas comentadas.



Figura 5.48. Casillas selectoras de la posición

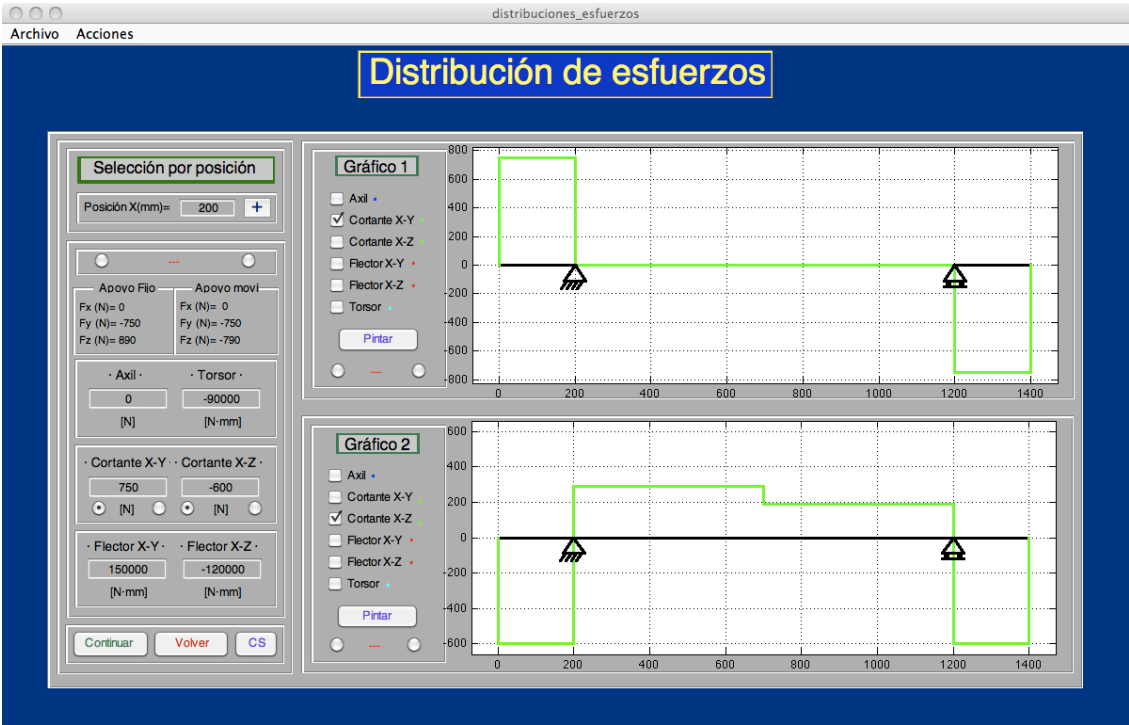


Figura 5.49. Cortantes en el problema

Una vez introducidas las secciones críticas mediante el botón “+”, se comprobará que se ha hecho correctamente mediante la ventana *Esfuerzos introducidos* (Figura 5.50).

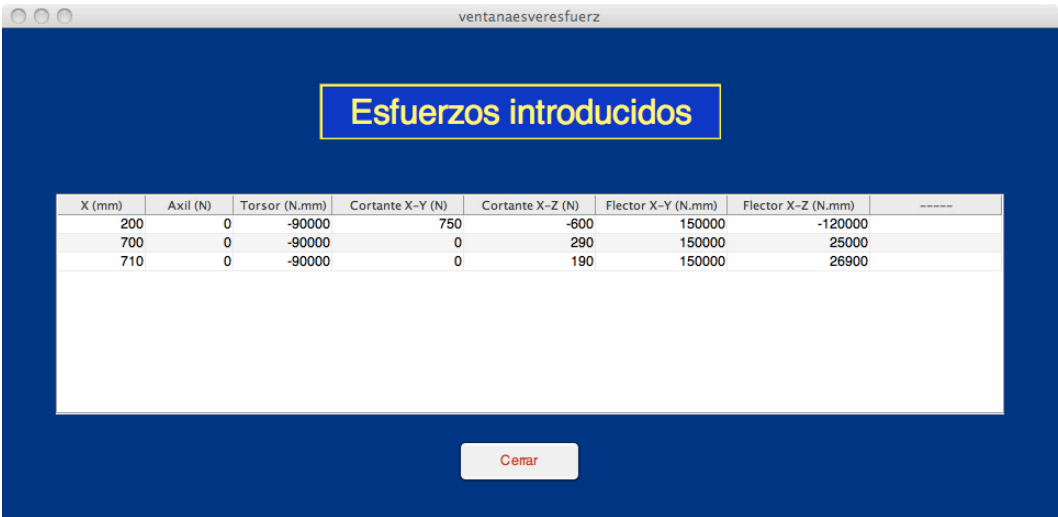


Figura 5.50. Esfuerzos introducidos en el problema

Tras comprobar que se ha hecho correctamente, se pulsa en continuar y se procede a realizar el análisis estático. En este análisis, se verifica mediante las teorías de Tresca (Figura 5.51) y Von Mises (Figura 5.52), el coeficiente de seguridad para el eje en caso estático.

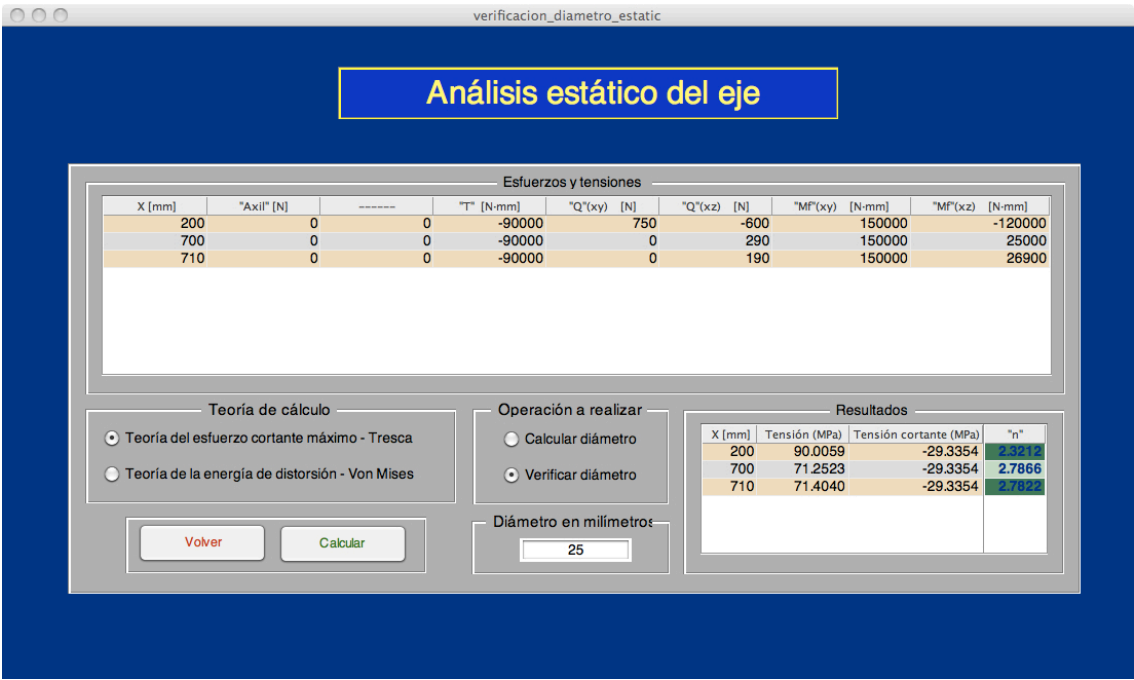


Figura 5.51. Análisis estático por Tresca

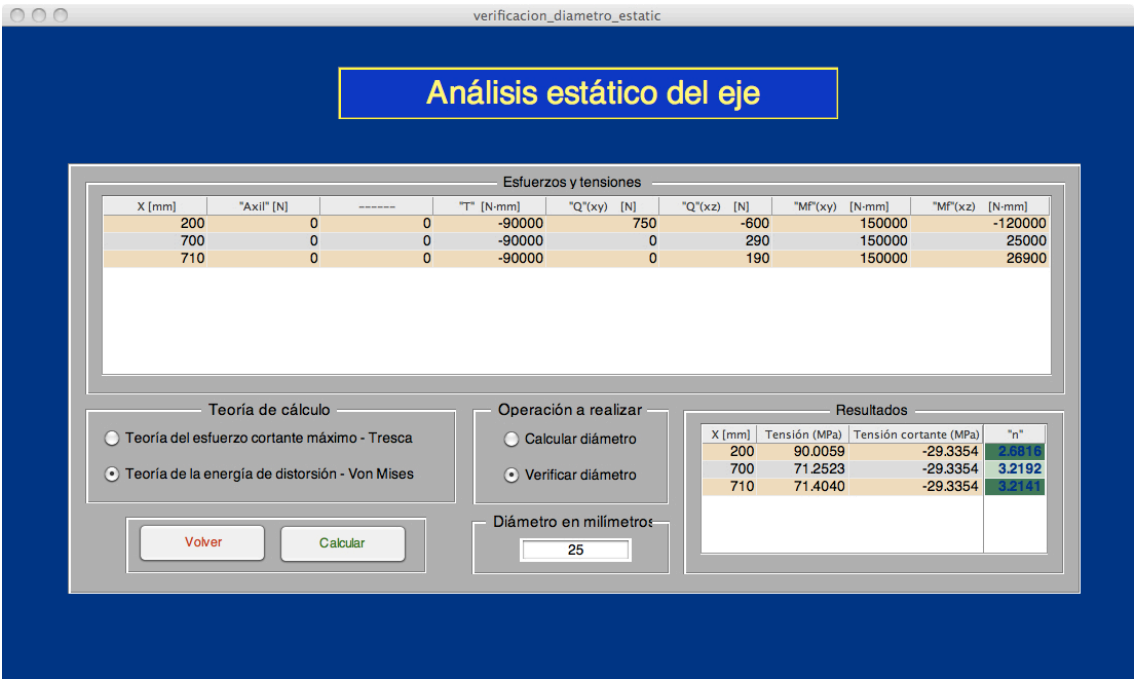


Figura 5.52. Análisis estático Von Mises

Se obtiene que el coeficiente de seguridad del eje es 2.32 según el criterio de Tresca y de 2.68 según el criterio de Von Mises, donde puede observarse como el criterio de Tresca es más restrictivo que el de Von Mises. La sección crítica para este caso corresponde a la que se encuentra en la posición X=200.

A continuación, se realiza el análisis dinámico del eje mediante las teorías de Goodman y Soderberg. Comenzando por Goodman, se selecciona al mismo en la figura 5.53 y los ciclos de vida 10^6 (vida infinita).

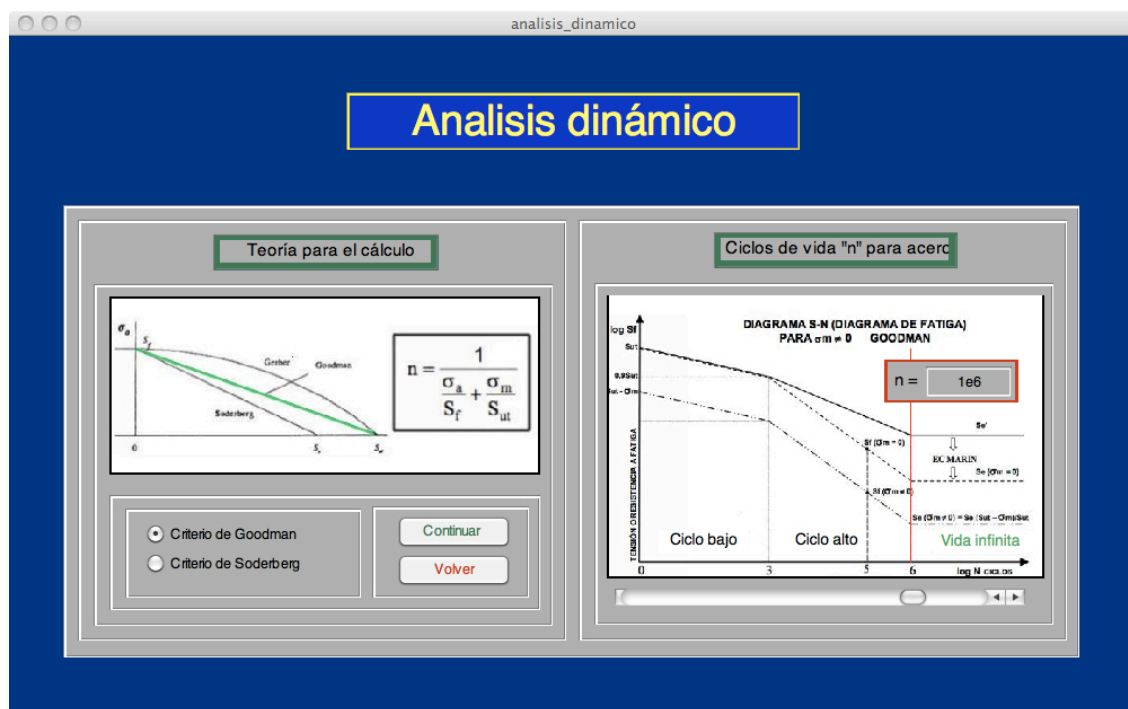


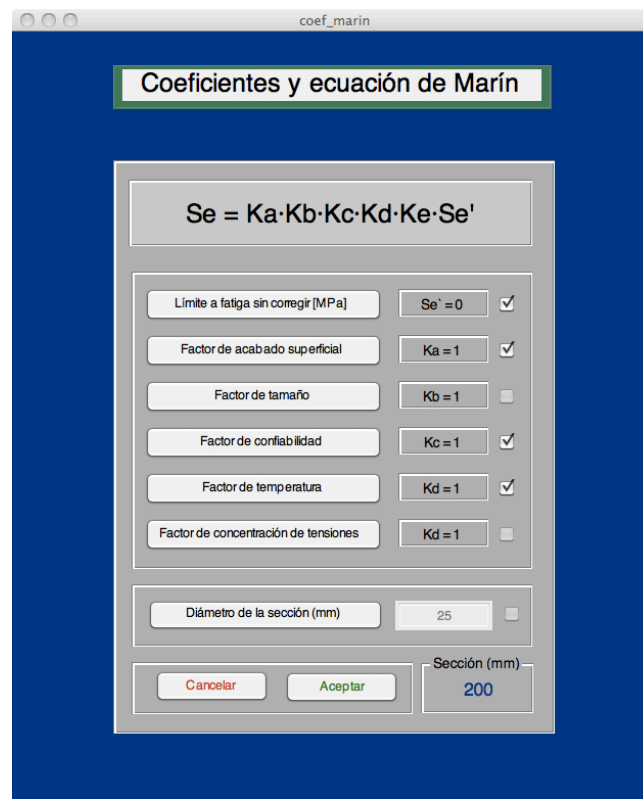
Figura 5.53. Criterio de Goodman para vida infinita

Posteriormente, se accede a la ventana de la figura 5.54 y se seleccionará *Verificar diámetro*.



Figura 5.54. Verificación del diámetro en el problema

A continuación, se selecciona la sección correspondiente a $X=200$ y se pulsa en editar, abriéndose la ventana correspondiente a la figura 5.55. Se introduce el diámetro y se activan las casillas de los factores comunes en el resto de secciones.



coef_marin

Coeficientes y ecuación de Marín

$Se = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot Se'$

Límite a fatiga sin corregir [MPa]	$Se' = 0$ <input checked="" type="checkbox"/>
Factor de acabado superficial	$K_a = 1$ <input checked="" type="checkbox"/>
Factor de tamaño	$K_b = 1$ <input type="checkbox"/>
Factor de confiabilidad	$K_c = 1$ <input checked="" type="checkbox"/>
Factor de temperatura	$K_d = 1$ <input checked="" type="checkbox"/>
Factor de concentración de tensiones	$K_d = 1$ <input type="checkbox"/>

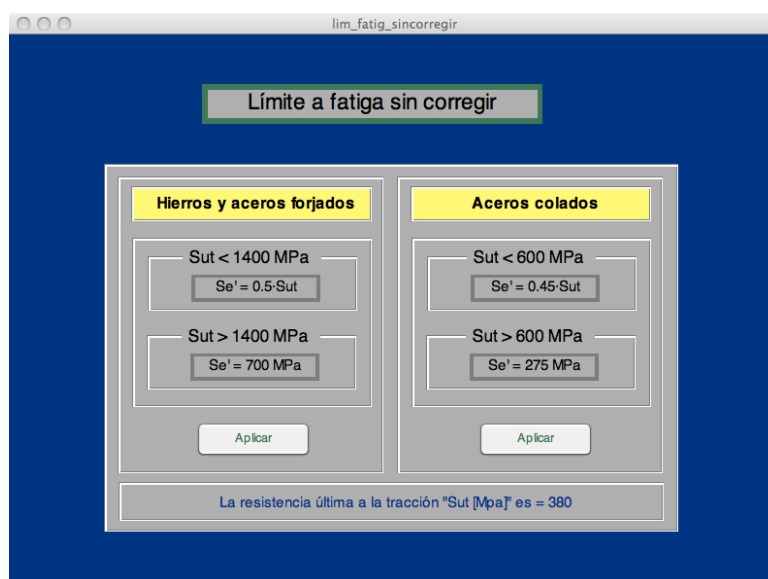
Diámetro de la sección (mm) 25

Sección (mm) 200

Cancelar Aceptar

Figura 5.55. Casillas activadas en la ventana de edición

Tras activar las casillas, se procede a introducir en primer lugar a límite de fatiga sin corregir (Figura 5.56).



lim_fatig_sincorregir

Límite a fatiga sin corregir

Hierros y aceros forjados	Aceros colados
Sut < 1400 MPa $Se' = 0.5 \cdot Sut$	Sut < 600 MPa $Se' = 0.45 \cdot Sut$
Sut > 1400 MPa $Se' = 700 \text{ MPa}$	Sut > 600 MPa $Se' = 275 \text{ MPa}$

Aplicar

La resistencia última a la tracción "Sut [Mpa]" es = 380

Figura 5.56. Límite de fatiga sin corregir del problema

En segundo lugar, se introduce el acabado superficial del material (Figura 5.57).

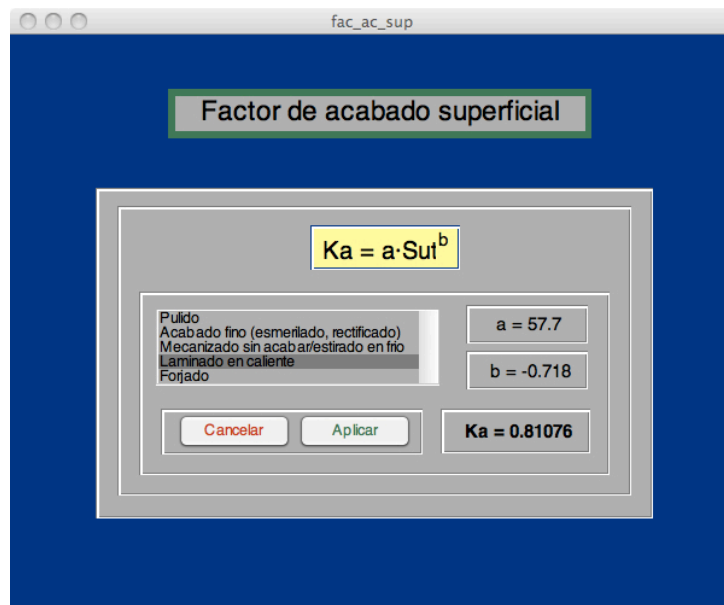


Figura 5.57. Acabado superficial del material del problema

En tercer lugar, se introduce el factor de tamaño (Figura 5.58). En este factor se activará la casilla de *Flexión y torsión* debido a que el esfuerzo alternante es flector. En el caso de duda en la ventana *ayuda* explica que, en caso de aparecer ambos esfuerzos alternantes, se selecciona el más desfavorable.

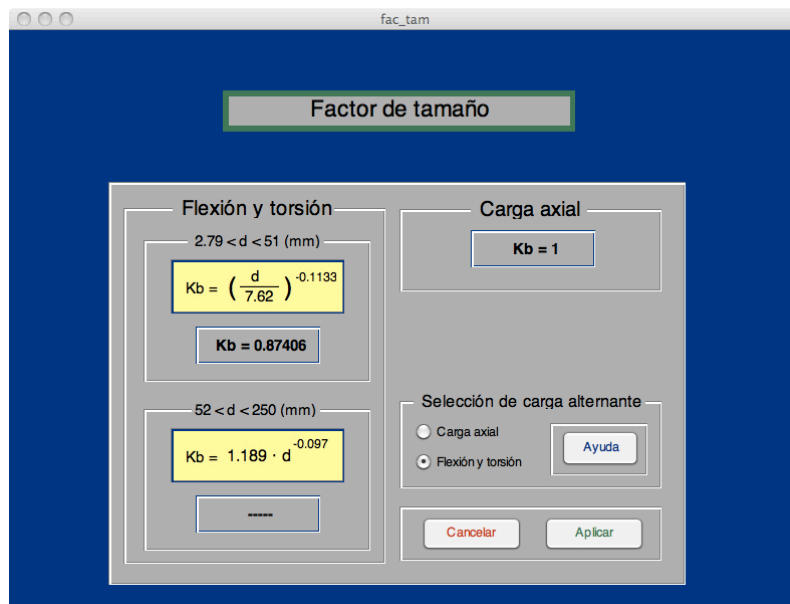
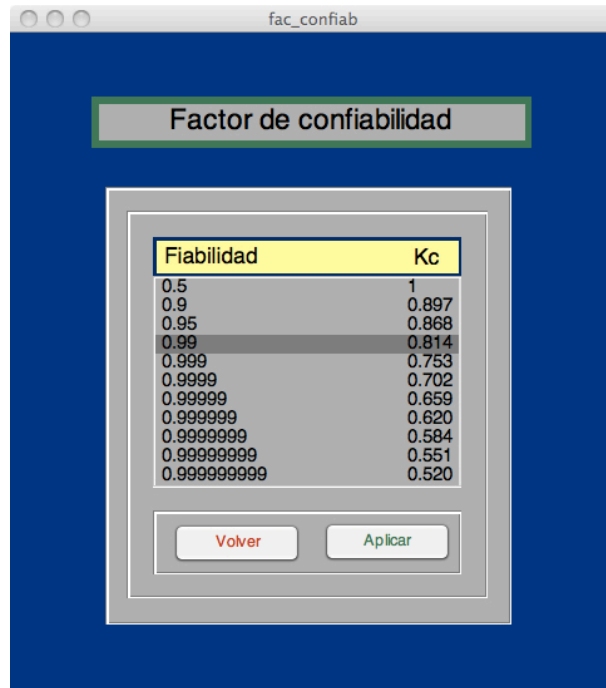


Figura 5.58. Factor de tamaño del problema

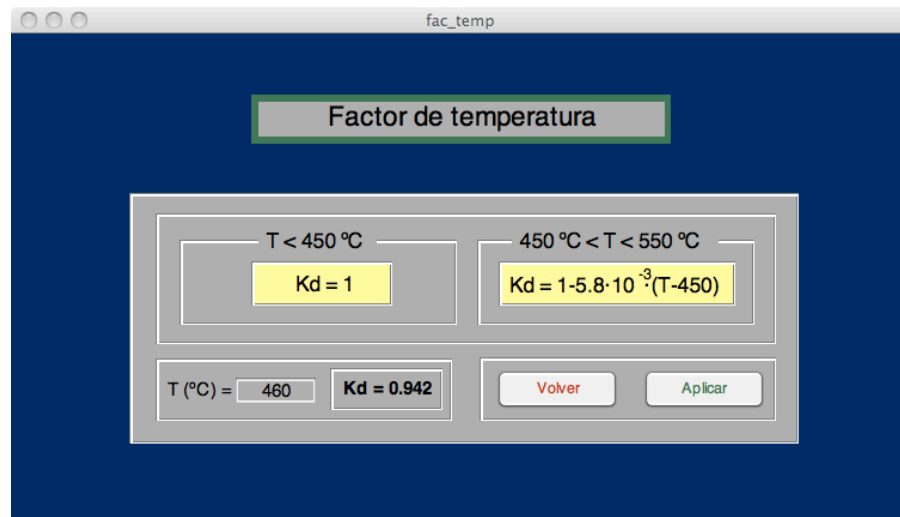
En cuarto lugar se introducirá el factor de confiabilidad (Figura 5.59) y el factor de temperatura (Figura 5.60).



Fiabilidad	Kc
0.5	1
0.9	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753
0.9999	0.702
0.99999	0.659
0.999999	0.620
0.9999999	0.584
0.99999999	0.551
0.999999999	0.520

Volver Aplicar

Figura 5.59. Factor de confiabilidad del problema



T < 450 °C 450 °C < T < 550 °C

Kd = 1 $Kd = 1 - 5.8 \cdot 10^{-3} (T - 450)$

T (°C) = 460 Kd = 0.942

Volver Aplicar

Figura 5.60. Factor de temperatura del problema

Tras la introducción de estos datos, la ventana *Coeficientes de Marín* quedará como se muestra en la figura 5.61. Pulsando en *Aceptar* se accede a la ventana principal de cálculo, quedando la misma como se muestra en la figura 5.62. Puede observarse que los coeficientes marcados con las casillas ya han sido aplicados para las tres secciones de estudio.

coef_marin

Coeficientes y ecuación de Marín

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot S_e'$$

Limite a fatiga sin corregir [MPa] Se' = 190 ☒

Factor de acabado superficial Ka = 0.8108 ☒

Factor de tamaño Kb = 0.8741 ☐

Factor de confiabilidad Kc = 0.814 ☒

Factor de temperatura Kd = 0.942 ☒

Factor de concentración de tensiones Ke = 1 ☐

Diámetro de la sección (mm) 25 ☐

Sección (mm) 200

Cancelar Aceptar

Figura 5.61. Sección X=200 tras aplicar coeficientes

verificacion_diametro_dinamico

Cálculo del eje sometido a fatiga

Esfuerzos y tensiones

X (mm)	"Axil" [N]	"T" [N-mm]	"Q"(xy) [N]	"Q"(xz) [N]	"M"(xy) [N-mm]	"M"(xz) [N-mm]	Tensión media (MPa)	Tensión alternante (MPa)
200	0	-90000	750	-600	150000	-120000		
700	0	-90000	0	290	150000	25000		
710	0	-90000	0	190	150000	26900		

Coeficientes de Marín

X (mm)	Se (MPa)	Sf (MPa)	Se' (MPa)	Ka	Kb	Kc	Kd	Ke	D (mm)	n
200	0	0	190	0.8108	0.8741	0.8140	0.9420	1	25	0
700	0	0	190	0.8108	1	0.8140	0.9420	1	0	0
710	0	0	190	0.8108	1	0.8140	0.9420	1	0	0

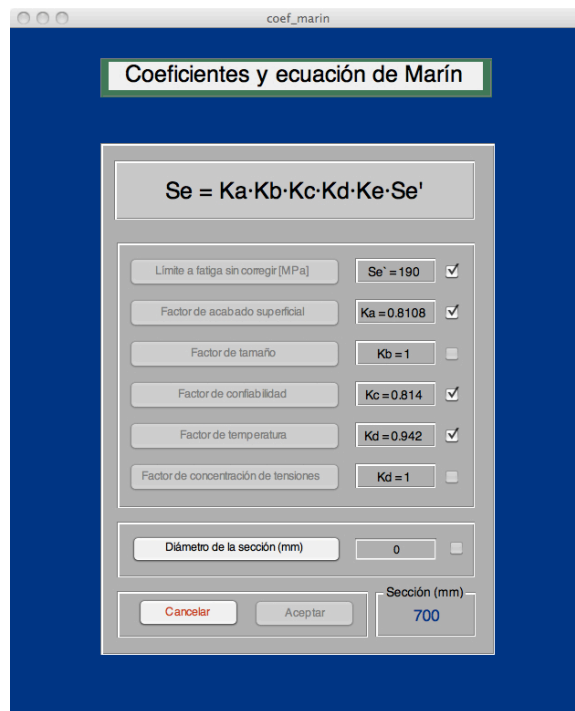
x = 200 mm
 x = 700 mm
 x = 710 mm

Editar sección
☐ Calcular diámetro
☒ Verificar diámetro

Volver Calcular "Se" Calcular "n"

Figura 5.62. Ventana principal tras sección X=200

Se continuará seleccionando la sección $X=700$. Puede verse en la figura 5.63, como los coeficientes nombrados anteriormente ya han sido aplicados, teniendo que añadir tan sólo para esta sección el factor de tamaño K_b y el concentrador de tensiones.



coef_marin

Coeficientes y ecuación de Marín

$Se = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot Se'$

Límite a fatiga sin corregir [MPa] $Se' = 190$ ☒

Factor de acabado superficial $K_a = 0.8108$ ☒

Factor de tamaño $K_b = 1$ ☐

Factor de confiabilidad $K_c = 0.814$ ☒

Factor de temperatura $K_d = 0.942$ ☒

Factor de concentración de tensiones $K_e = 1$ ☐

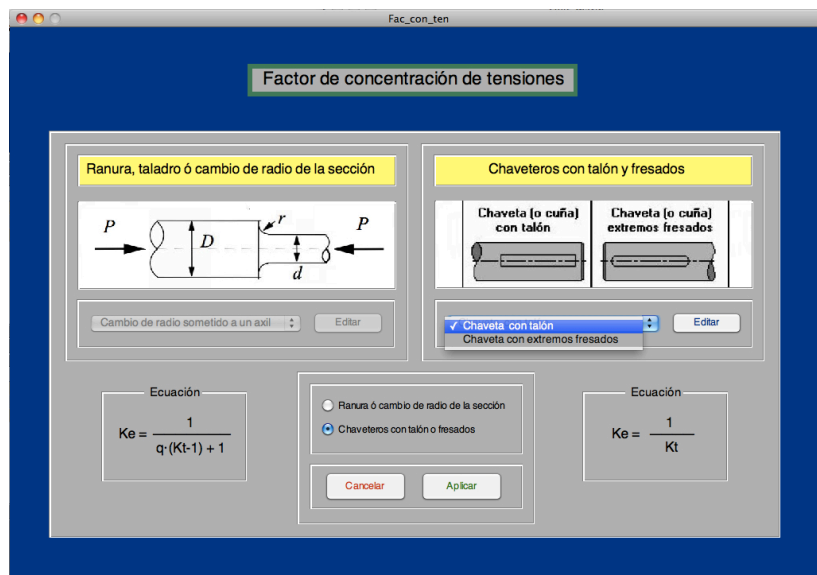
Diámetro de la sección (mm) 0 ☐

Sección (mm) 700

Cancelar Aceptar

Figura 5.63. Coeficientes de Marín en $X=700$

Una vez introducido el coeficiente K_b y, para introducir el chavetero, se pinchará en el concentrador de tensiones, instante en el que se abrirá la ventana de la figura 5.64. Se seleccionará de dicha ventana *Chaveteros con talón o fresados*, momento en que aparecerá una lista con tipos de chavetas en la que se seleccionará *Chaveta con talón*.



Fac_con_ten

Factor de concentración de tensiones

Ranura, taladro ó cambio de radio de la sección

Chaveteros con talón y fresados

Chaveta (o cuña) con talón Chaveta (o cuña) extremos fresados

☒ Chaveta con talón Chaveta con extremos fresados

Ecuación

$Ke = \frac{1}{q \cdot (K_t - 1) + 1}$

☐ Ranura ó cambio de radio de la sección ☒ Chaveteros con talón o fresados

Cancelar Aplicar

Ecuación

$Ke = \frac{1}{K_t}$

Figura 5.64. Ventana Concentrador de tensiones

Pinchando en *Editar* se abrirá la ventana de la figura 5.65 la cual, mediante las restricciones de la chaveta y la dureza introducidas, da la opción a seleccionar dos valores para el coeficiente K_f . Se seleccionará el correspondiente al esfuerzo alternante *Flexión*.

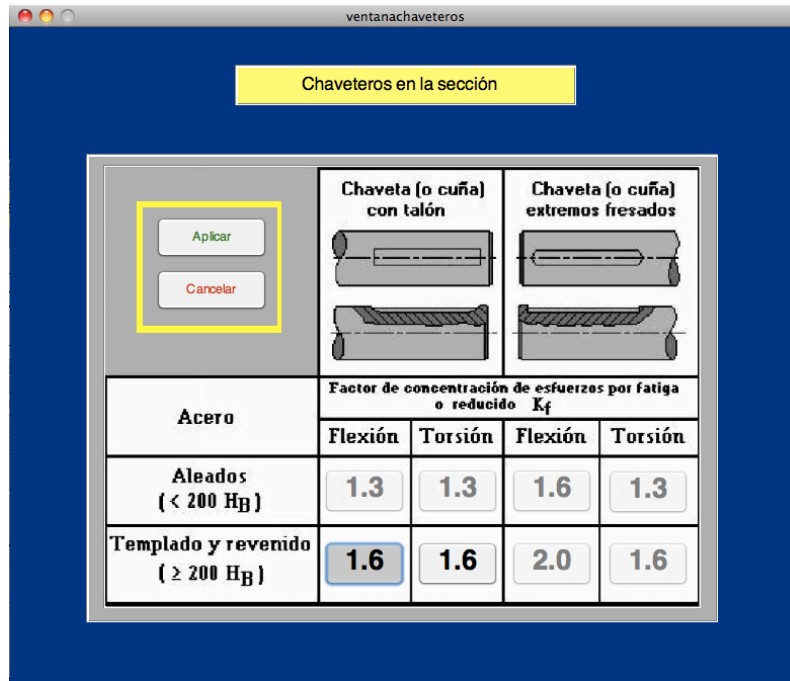


Figura 5.65. Ventana Chavetero

Tras introducir este coeficiente se pulsaría en *Aplicar* y *Aceptar*, quedando la ventana principal como se muestra en la figura 5.66.

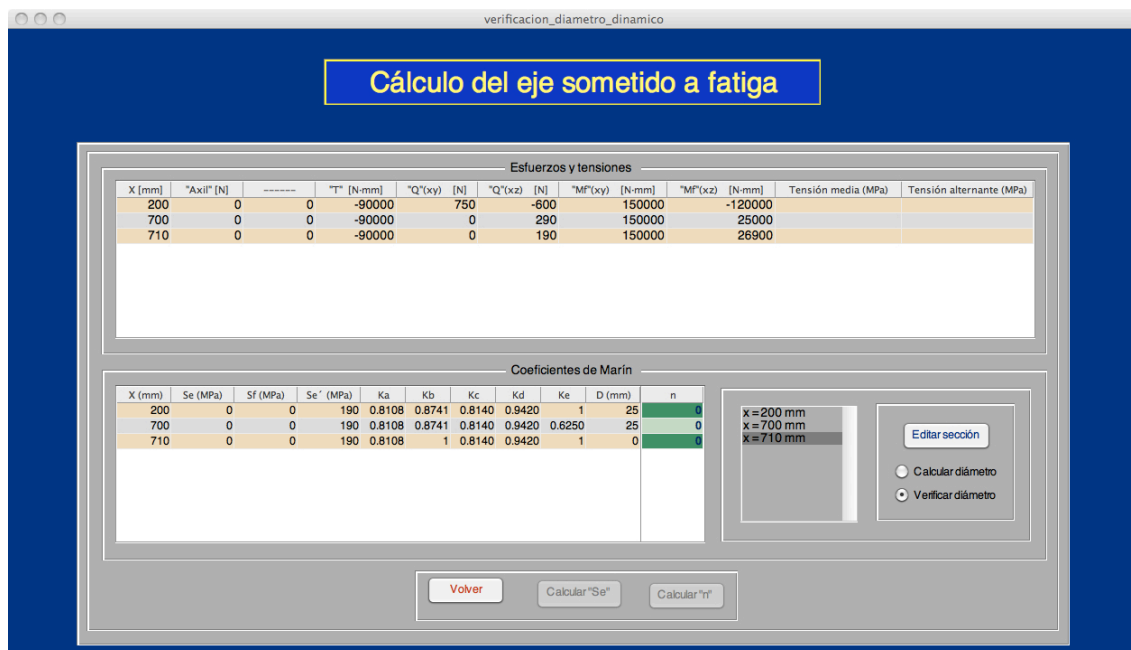


Figura 5.66. Ventana principal de fatiga

Por último, se editará la cota $X=710$. Esta cota se diferencia del resto por poseer un concentrador de tensiones por cambio de radio. Para introducir este concentrador, se pulsa en *editar sección* y, a continuación, en *Factor de concentración de tensiones*, abriendo la ventana de la figura 5.67. En esta ventana se seleccionará *Ranura o cambio de radio de la sección* y en el tipo de cambio de radio se pinchará en *Cambio de radio sometido a flector*.

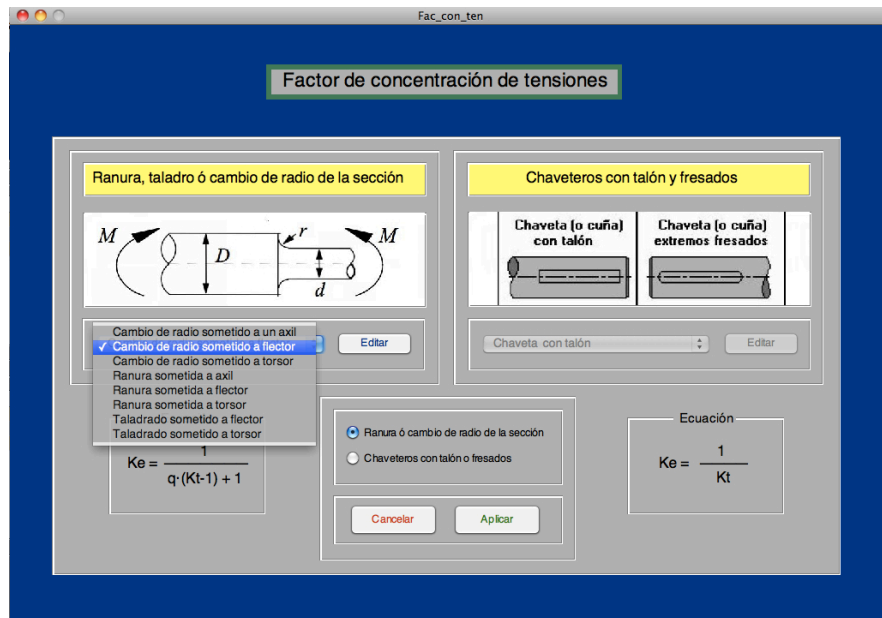


Figura 5.67. Ventana concentrador por cambio de radio

Tras introducir estos parámetros y pinchando en *Editar*, se accede a la ventana de la figura 5.68, que muestra el gráfico de sensibilidad a la ranura "q". Introduciendo el radio de ranura se obtiene que $q=0.67$.

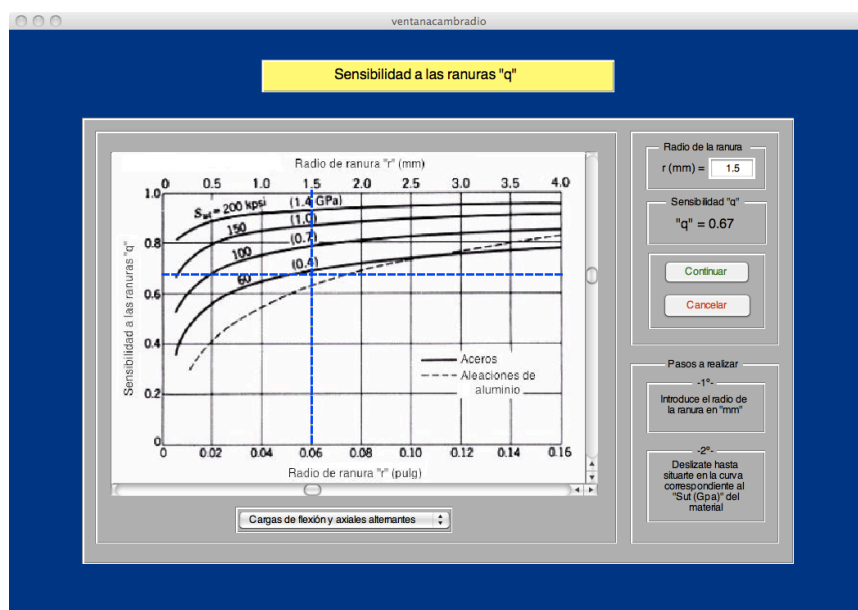


Figura 5.68. Ventana sensibilidad de ranura

A continuación se pulsa en *Calcular*, abriendo la ventana de la figura 5.69. En esta ventana y, mediante las barras interior y lateral, se obtiene el valor del coeficiente K_t . Una vez introducido, el programa lo recalculará para mostrar el correcto.

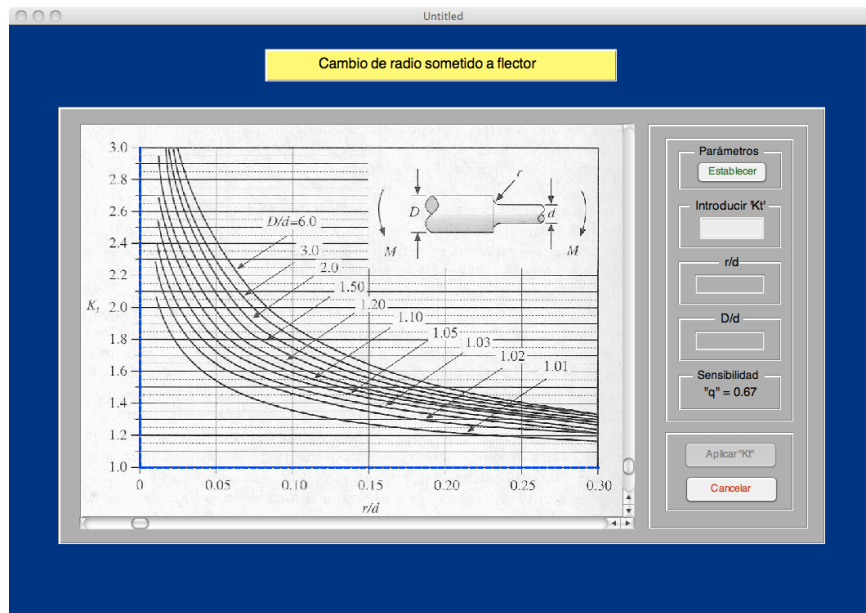


Figura 5.69. Ventana específica del cambio de radio

Pinchando en *Establecer*, se abre la ventana de la figura 5.70, en la que se han de introducir los parámetros requeridos.

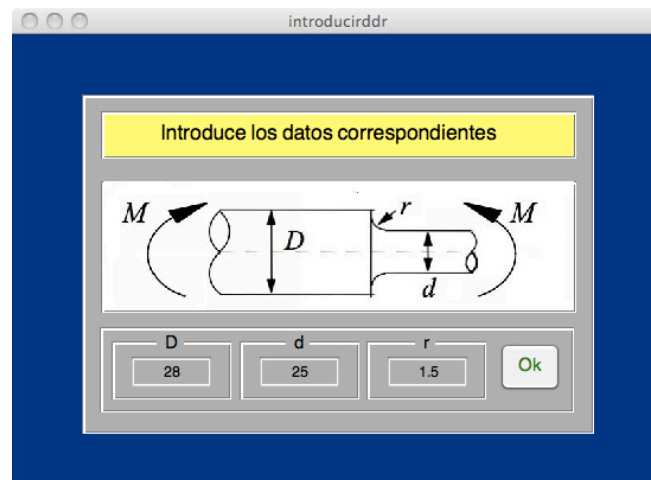


Figura 5.70. Ventana parámetros del concentrador de tensiones

Tras introducirlos y calcular K_t , se pulsa en *Aplicar* y se vuelve a la ventana principal, en que ya se encuentran introducidos todos los coeficientes requeridos. A continuación, se pulsa en *Calcular "Se"*, mostrándose los primeros resultados y activándose el botón *calcular "n"*. A continuación se pulsa en este último, mostrando los resultados para todas las secciones (Figura 5.71).

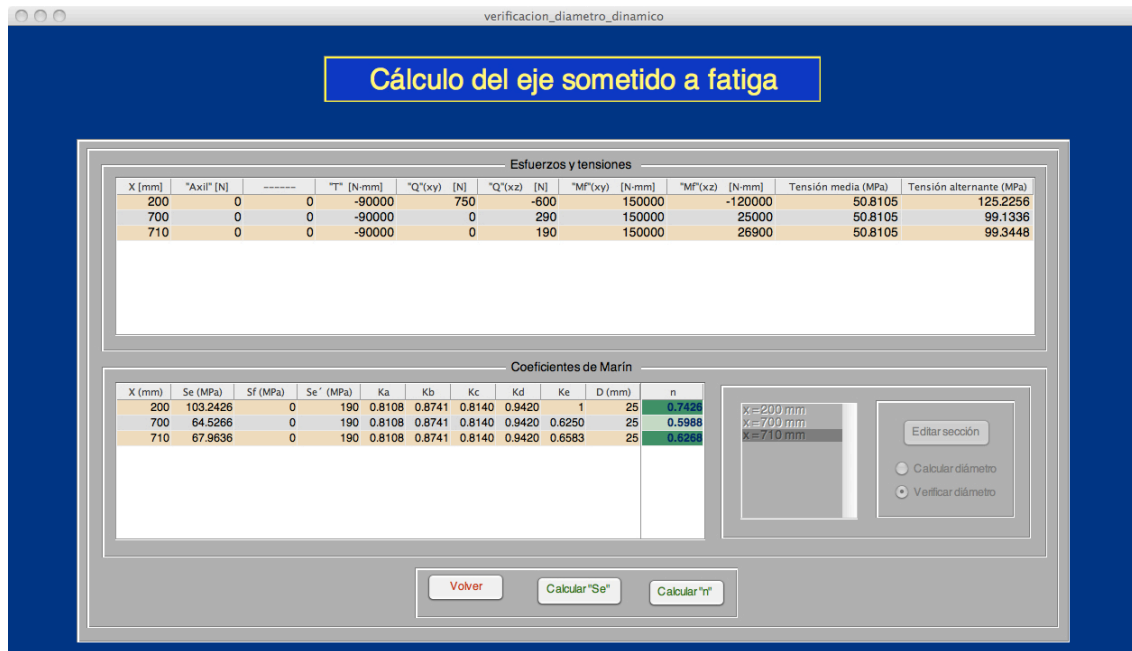


Figura 5.71. Ventana principal con resultados

Se observa que el eje rompe en todas las secciones, por lo que se procederá al cálculo del diámetro necesario para que posea un coeficiente de seguridad de 1.2. Para ello, se volverá a pulsar en *Calcular "Se"*, momento en el que se desactivará el botón *Calcular "n"* y se activarán los botones de que permiten la selección de operación y el botón *Editar sección*. A continuación se activa la operación de *Calcular diámetro*, apareciendo un aviso tal y como se muestra en la figura 5.72.



Figura 5.72. Aviso de la ventana principal

Una vez aceptado el aviso mostrado en la figura 5.72, esta misma queda como aparece en la figura 5.73. Puede observarse como los coeficientes K_b de las secciones se han reseteado a uno. Del mismo modo lo ha hecho el coeficiente de seguridad y el diámetro, cambiando su localización en función de si son datos o resultados a obtener.

Cálculo del eje sometido a fatiga

Esfuerzos y tensiones

X (mm)	"Axil" [N]	"T" [N-mm]	"Q"(xy) [N]	"Q"(xz) [N]	"M"(xy) [N-mm]	"M"(xz) [N-mm]	Tensión media (MPa)	Tensión alterante (MPa)
200	0	-90000	750	-600	150000	-120000	50.8105	125.2256
700	0	-90000	0	290	150000	25000	50.8105	99.1336
710	0	-90000	0	190	150000	26900	50.8105	99.3448

Coefficientes de Marín

X (mm)	Se (MPa)	Sf (MPa)	Se* (MPa)	Ka	Kb	Kc	Kd	Ke	n	D (mm)
200	0	0	190	0.8108	1	0.8140	0.9420	1	0	0
700	0	0	190	0.8108	1	0.8140	0.9420	0.6250	0	0
710	0	0	190	0.8108	1	0.8140	0.9420	0.6583	0	0

x=200 mm
 x=700 mm
 x=710 mm

☒ Calcular diámetro
☐ Verificar diámetro

Figura 5.73. Cálculo del diámetro en ventana principal

Se procede, por tanto, a introducir los coeficientes K_b a cada una de las secciones. Posteriormente se introduce el coeficiente de seguridad requerido ($n=1.2$) y se activa su casilla, quedando la ventana como se muestra en la figura 5.74.

Coeficientes y ecuación de Marín

$Se = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot Se'$

Limite a fatiga sin corregir [MPa] ☒

Factor de acabado superficial ☒

Factor de tamaño ☐

Factor de confiabilidad ☒

Factor de temperatura ☒

Factor de concentración de tensiones ☐

Coeficiente de seguridad "n" ☒

Sección (mm)

Figura 5.74. Coeficientes de Marín con $n=1.2$

A continuación, se accede a la ventana correspondiente al *Factor de tamaño* y se activa el caso del flector alternante (Figura 5.75). Al entrar en la ventana puede observarse que el valor de K_b para esfuerzos alternantes a flexión, no posee un valor numérico, sino que muestra el texto "iterar". Tras activar el caso de carga de flexión se abre una ventana de ayuda que avisa al usuario de que el coeficiente se obtendrá mediante iteraciones que se realizarán posteriormente.

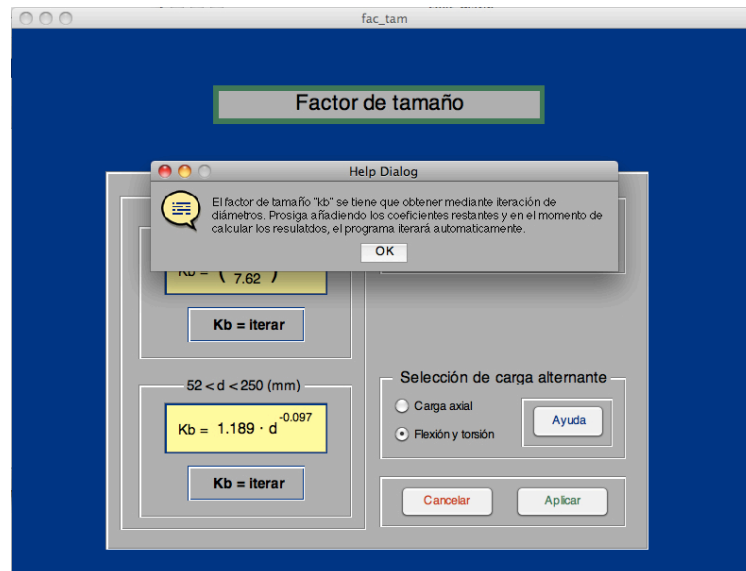


Figura 5.75. Aviso en la ventana factor de tamaño

Una vez introducidos todos los coeficientes de tamaño K_b , se regresa a la ventana principal y se pulsa en *Calcular "Se"*. En ese instante aparecerá una ventana de ayuda indicando al usuario que al pulsar en calcular se procederá a iterar (Figura 5.76).



Figura 5.76. Aviso de iteración del programa

Tras pulsar en *Calcular* se abrirá ventana mostrada en la figura 5.77. En la parte superior de la ventana se muestra la sección que se comenzará a iterar. En este instante se pulsa en el botón *iterar*, comenzando la iteración a sección indicada. Una vez se ha iterado la sección, la ventana quedará como se muestra en la figura 5.78.



Figura 5.77. Ventana dispuesta para editar



Figura 5.78. Ventana tras iteración

Una vez se han iterado todas las secciones, se regresará a la ventana principal mostrándose los resultados obtenidos. Estos resultados pueden verse en la figura 5.79.

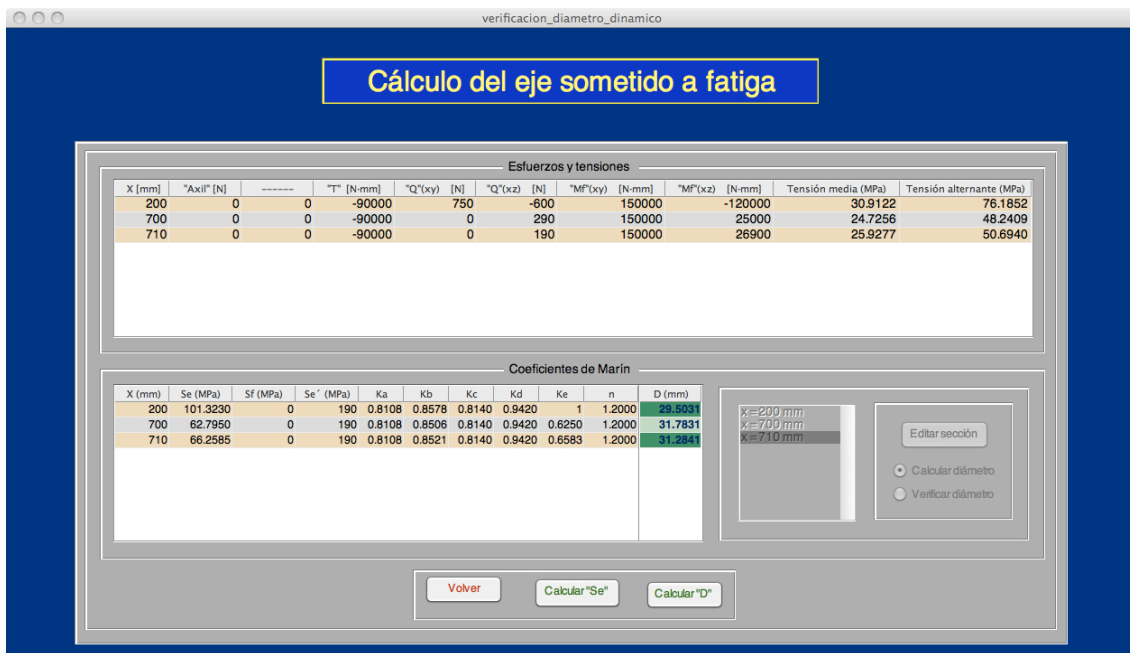


Figura 5.79. Resultado de las iteraciones

De la figura 5.79 se obtiene por tanto que para un coeficiente de seguridad de 1.2, el eje debe tener como mínimo 31.78 mm de diámetro, siendo la sección crítica la correspondiente a la cota X=700.

Para demostrar la capacidad de este programa, se ha realizado este mismo estudio según el criterio de Soderberg y para una vida de 500.000 ciclos. Para esto se repetirán todos los pasos anteriores y, una vez calculado, se obtiene que la sección crítica es la misma (Figura 5.80).



Figura 5.80. Ventana tras iterar con criterio de Soderberg para 500.000 ciclos

5.3 Cálculo con ADEJES

A continuación, se realizará el problema del apartado 5.2 mediante el programa ADEJES. Puesto que este programa es mucho más lento y tedioso, la comprobación de las tres secciones estudiadas en el apartado 5.2 será reducida a la sección donde los momentos flectores sean máximos.

En primer lugar se introducen las propiedades del material pinchando en *Material/Para Cálculo/Asignar propiedades* (Figura 5.81).

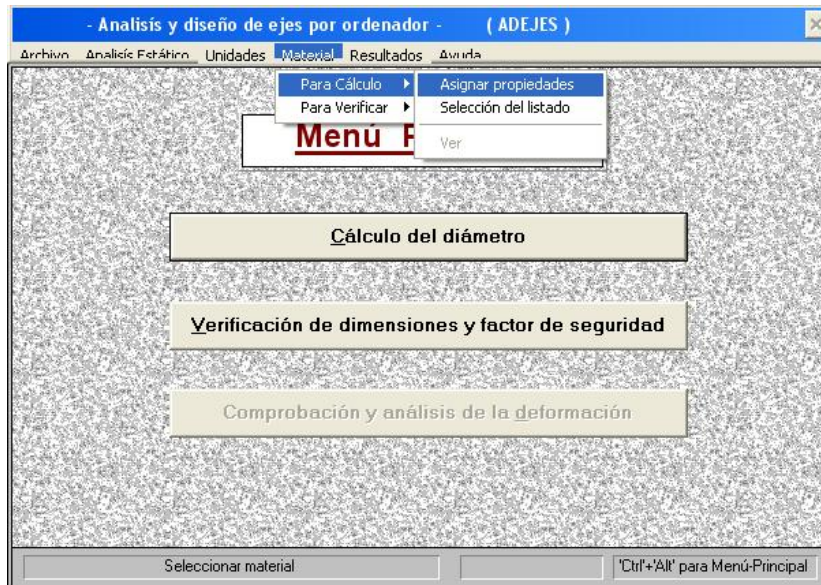


Figura 5.81. Ventana de inicio del ADEJES

A continuación, se introducen las propiedades del material (Figura 5.82).

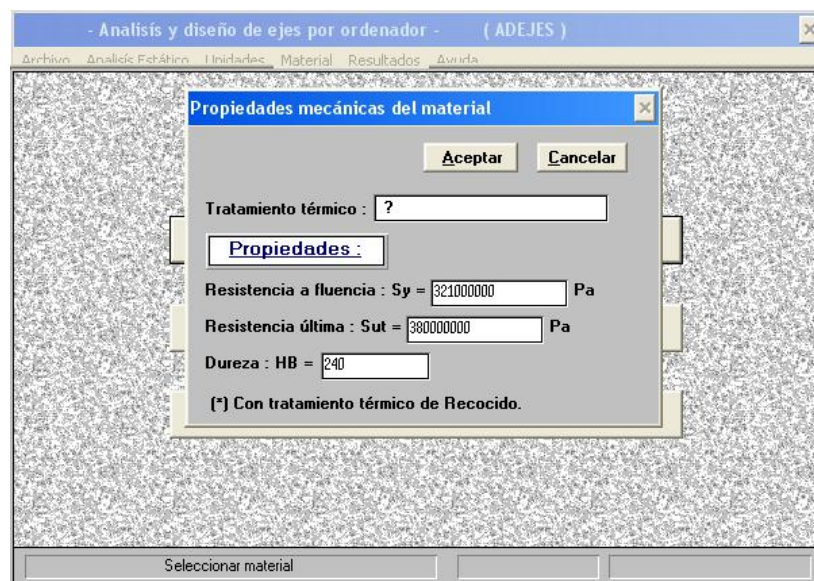
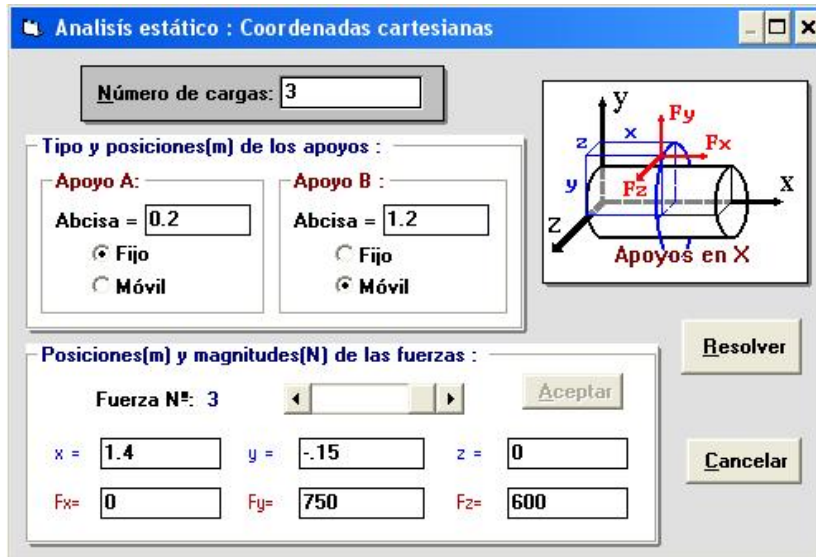


Figura 5.82. Propiedades de material en ADEJES

Una vez introducidas, se procede a añadir las cargas pinchando en *Análisis estático/Coordenadas cartesianas*. Se abrirá una ventana en la que se introducirán las cargas y apoyos, quedando la misma como se muestra en la figura 5.83.



Análisis estático : Coordenadas cartesianas

Número de cargas: 3

Tipo y posiciones(m) de los apoyos :

Apoyo A: Abcisa = 0.2 ☒ Fijo ☐ Móvil

Apoyo B: Abcisa = 1.2 ☐ Fijo ☒ Móvil

Posiciones(m) y magnitudes(N) de las fuerzas :

Fuerza N°: 3

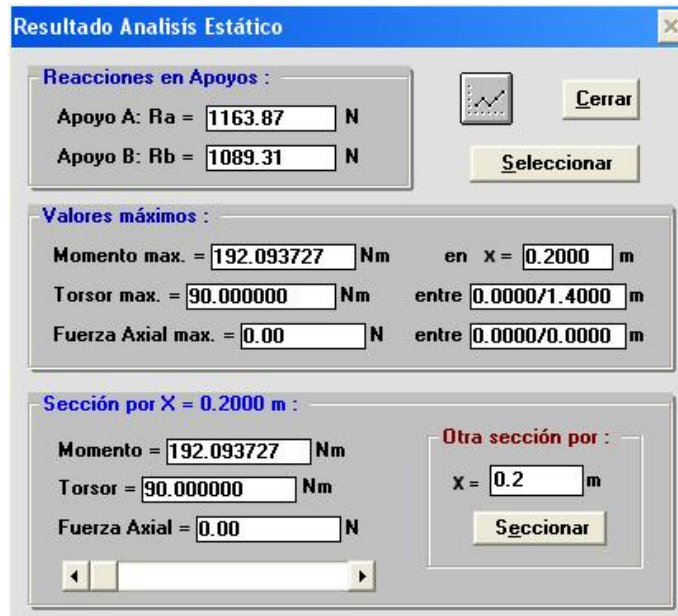
x = 1.4 y = -1.5 z = 0

Fx = 0 Fy = 750 Fz = 600

Resolver Cancelar

Figura 5.83. Asignar cargas en ADEJES

A continuación, y pulsando en *Resolver*, se abrirá la ventana de la figura 5.84 que muestra el resultado del análisis.



Resultado Análisis Estático

Reacciones en Apoyos :

Apoyo A: Ra = 1163.87 N

Apoyo B: Rb = 1089.31 N

Valores máximos :

Momento max. = 192.093727 Nm en x = 0.2000 m

Torsor max. = 90.000000 Nm entre 0.0000/1.4000 m

Fuerza Axial max. = 0.00 N entre 0.0000/0.0000 m

Sección por X = 0.2000 m :

Momento = 192.093727 Nm

Torsor = 90.000000 Nm

Fuerza Axial = 0.00 N

Otra sección por : x = 0.2 m

Cerrar Seleccionar Seccionar

Figura 5.84. Resultados en ADEJES

Si se pincha en el botón de gráficos, aparece en la ventana de la figura 5.85 la distribución de los esfuerzos, no obstante, se observa que el momento flector del plano X-Z está pintado al revés.

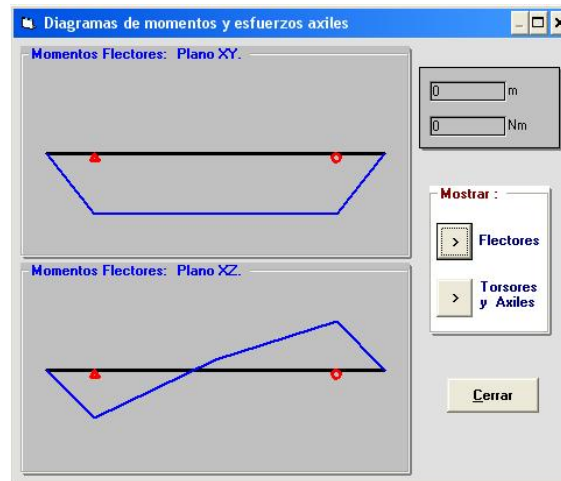


Figura 5.85. Diagrama de esfuerzos en ADEJES

Tras pulsar en la sección de mayores flectores ($X=200$), se pincha en *seleccionar* y aparece la ventana de la figura 5.86, en la cual se ha de indicar si estos son máximos, mínimos, constantes o con inversión y seleccionar el valor correspondiente.

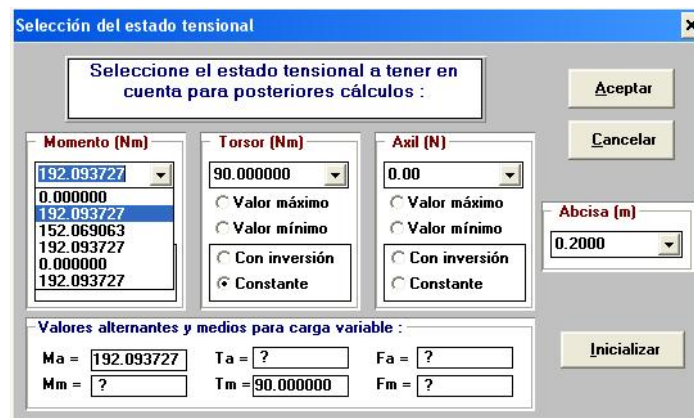


Figura 5.86. Selección de valores en ADEJES

A continuación, se pulsa en *Aceptar*, accediendo a la ventana principal. En esta se pincha en *Verificación de dimensiones*, mostrándose la ventana de la figura 5.87.

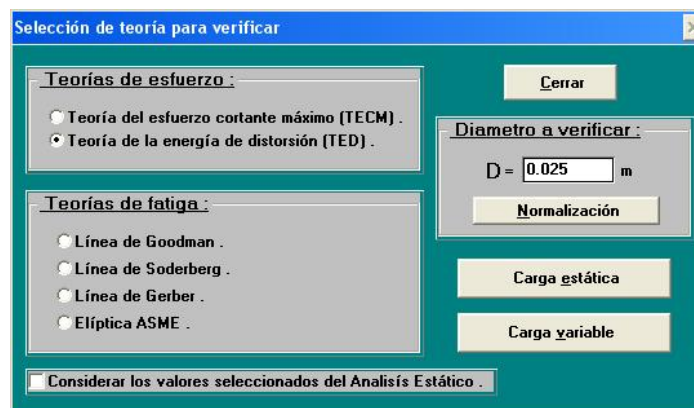


Figura 5.87. Verificación de radio en ADEJES

Se introduce el diámetro y se selecciona la teoría de Von Mises, en ese momento se pincha en carga estática y se abre la ventana de la figura 5.88.

Figura 5.88. Verificación estática por Von Mises

Tras introducirlos, se obtiene que el coeficiente de seguridad es de 2.37 tal como se muestra en la figura 5.89.

Figura 5.89. Solución de Von Mises

Realizando los mismos pasos, con la teoría de Tresca, se obtiene que el coeficiente de seguridad es de 2.32. Se cumple que el criterio de Tresca es más restrictivo que Von Mises pues el resultado del coeficiente de seguridad es menor.

Figura 5.90. Solución por Tresca

Tras realizar el análisis estático, se procederá a verificar el eje para el caso dinámico. Para esto, se ha de seleccionar en la ventana de la figura 5.87 la teoría de fatiga, tomando en este caso la teoría de Goodman. Posteriormente se pulsará en el botón carga variable apareciendo la ventana de la figura 5.91. Se comenzará entonces a establecer los coeficientes de Marin mediante el botón *Determinación del límite de fatiga*.

Figura 5.91. Verificación por Goodman

Una vez establecidos, se pulsará en el botón calcular y se mostrarán los resultados obtenidos tal y como se puede ver en la figura 5.92, siendo $n = 0.8859$.

Figura 5.92. Resultados de Goodman

Por último, realizando las mismas operaciones para el caso del criterio de Soderberg, se ha obtenido un coeficiente de seguridad de 0.8826.

Una vez calculado el problema mediante el programa ADEJES, se calculará la sección $X=200$ manualmente para comprobar la validez de los resultados obtenidos. Por último, se compararán los resultados de ambos con los obtenidos en el DICAVE.

5.4 Cálculo a mano y comparación de resultados

· Resolución del problema mediante cálculos hechos a mano:

- Momento flector en la sección X=200mm \rightarrow $M_{f_{x-y}} = 150\text{N.m}$
 $M_{f_{x-z}} = 120\text{N.m}$

- Momento torsor en la sección X=200mm \rightarrow $T = 90\text{N.m}$

- Límite de fatiga sin corregir y coeficientes de Marín:

$$\left. \begin{array}{l} \cdot S_e' = 190\text{Mpa} \\ \cdot K_a = 0.81075 \\ \cdot K_b = 0.8741 \\ \cdot K_c = 0.814 \\ \cdot K_d = 0.942 \\ \cdot K_e = 1 \end{array} \right\} S_e = S_e' \cdot K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \rightarrow S_e = 103.24\text{MPa}$$

$$\left. \begin{array}{l} \cdot \sigma_{xy \text{ alternante}} = \frac{M_x \cdot y}{I_x} \\ \cdot \sigma_{xz \text{ alternante}} = \frac{M_y \cdot x}{I_y} \end{array} \right\} \sigma_{eq \text{ alternante}} = \sqrt{\sigma_{xy \text{ alternante}}^2 + \sigma_{xz \text{ alternante}}^2}$$

$$\sigma_{eq \text{ alternante}} = 123.225\text{MPa}$$

$$\cdot \tau_{med} = \frac{M_z \cdot r}{I_o} \rightarrow \sigma_{eq \text{ med}} = \sqrt{3} \cdot \frac{M_z \cdot r}{I_o} \rightarrow \sigma_{med} = 50.81\text{MPa}$$

$$\sigma_{med} = 50.81\text{MPa}$$

- Criterio de Goodman:

$$\cdot \frac{1}{n} = \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} \rightarrow n = 0.742$$

Tras haber realizado el cálculo de la sección $X=200$ mm mediante los dos programas y manualmente, se han obtenido, según el criterio de Goodman, los coeficientes de seguridad mostrados en la tabla 5.1. Se han comparado también los resultados obtenidos en el análisis estático con cálculos realizados a mano (tabla 5.2), donde se verifica que los resultados obtenidos mediante el programa DICAVE son mas precisos que los obtenidos mediante el programa ADEJES.

Tabla 5.1. Diferentes coeficientes de seguridad obtenidos para el criterio de Goodman ($X=200$)

Método aplicado	DICAVE	ADEJES	Cálculo manual
Coeficiente de seguridad "n"	0.7426	0.8859	0.742

Tabla 5.2. Diferentes coeficientes de seguridad obtenidos para el caso estático ($X=200$)

Método aplicado	DICAVE	ADEJES	Cálculo manual
Coeficiente de seguridad "n" para Von Mises	2.6816	2.3753	2.6816
Coeficiente de seguridad "n" para Tresca	2.3212	2.3212	2.3212

El programa DICAVE obtiene resultados fiables y corrige los fallos de *interface* y comprensión que poseía el programa ADEJES, por lo que se establece que el DICAVE ha sido un éxito. Además posee otros aspectos que mejoran sus cualidades respecto al programa ADEJES, siendo los mismos los mostrados a continuación:

- Permite comparar diferentes esfuerzos.
- Obtiene resultados fiables que se corresponden con cálculos a mano.
- Se ha reducido notablemente el tiempo de cálculo.
- Se han calculado en paralelo varias secciones críticas.
- Posee una *interface* cómoda, amigable y con ayudas.
- Permite calcular ejes con vida no infinita.
- Permite evitar errores en la introducción de datos.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIÓN Y TRABAJOS FUTUROS

6.1 Conclusión

El programa DICAVE cumple perfectamente con las expectativas y objetivos que se plantean al principio de este capítulo, siendo los mismos:

- Facilitar el proceso de introducción y modificación de cargas.
- Facilitar el entendimiento de los esfuerzos que sufre el eje.
- Asegurar al usuario que las secciones seleccionadas son las elegidas.
- Comparar resultados entre diferentes teorías con rapidez y claridad.
- Diseñar y verificar ejes cuya vida no sea infinita.
- Acelerar el proceso de introducción de coeficientes.
- Calcular y verificar varias secciones en paralelo.
- Obtener el factor de concentración de tensiones automáticamente.
- Realizar automáticamente las iteraciones necesarias.

El tiempo que se ha empleado para el cálculo de la sección $X=200\text{mm}$ mediante el programa ADEJES ha sido semejante al empleado en el programa DICAVE para el cálculo de las tres posibles secciones críticas. Esto implica que se pueden analizar todas las posibles secciones críticas de un eje, en el mismo tiempo que el ADEJES analiza una. Además, el programa DICAVE resulta mucho más amigable, posee ventanas muy sencillas que muestran fácilmente qué se está realizando. Posee múltiples aspectos que lo hacen muy cómodo en el manejo, visualización de resultados, de diagramas de esfuerzos, etc. En el caso del cálculo del diámetro, realiza automáticamente las iteraciones necesarias y muestra todos los pasos realizados, lo que ayuda a comprender el proceso de iteración de una sección. Además, se han calculado otras secciones y se ha obtenido que la sección crítica no era la de mayores momentos flectores, sino la central por poseer un chavetero (concentrador de tensiones).

Otra ventaja que ofrece el programa DICAVE es la posibilidad de calcular ejes para vida no infinita. Además, muestra las reacciones en los apoyos y los esfuerzos según los planos. La ventana *Distribución de esfuerzos* aporta una gran facilidad al usuario a la hora de superponer varios tipos de esfuerzos, con el fin de observar la

diferencia de órdenes de magnitud. Además, gracias a la posibilidad de mostrar independientemente un gráfico del otro, pueden compararse diferentes planos simultáneamente.

En la introducción de datos, permite al usuario editar cargas ya introducidas, aumentar el número de las mismas, reducirlo, etc. con total facilidad.

En definitiva, ayuda al usuario a comprender mejor lo que está ocurriendo en el eje y, a su vez, permitirá realizar las prácticas de la asignatura de fatiga de los estudios del plan Bolonia, gracias a la reducción de tiempo que conlleva el uso del DICAVE.

6.2 Trabajos futuros

Los diferentes trabajos futuros que se plantean para el presente proyecto son:

- Posibilitar al usuario el diseño de ejes cilíndricos huecos.
- Posibilitar al usuario el diseño de elementos no cilíndricos.
- Realizar un estudio teniendo en cuenta esfuerzos torsores alternantes.
- Automatizar el cálculo mediante la introducción del perfil de la pieza.
- Análisis dinámico introduciendo régimen de giro – Vibraciones.
- Posibilidad de guardar y cargar proyectos.

CAPÍTULO 7. REFERENCIAS

7.1 Referencias

- [1] <http://www.mathworks.es/company/aboutus/>. Accedido en febrero de 2010.
- [2] Diseño de máquinas: Robert L. Norton. – PEARSON Prentice hall, 1999, primera edición.
- [3] Apuntes de elasticidad y resistencia de materiales: Enrique Barbero Pozuelo, Ramón Zaera Polo, Carlos Navarro Ugena. – Universidad Carlos III de Madrid: Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. 2008.
- [4] http://es.wikipedia.org/wiki/C%C3%ADrculo_de_Mohr. Accedido en abril 2010
- [5] <http://facingyconst.blogspot.com/2010/07/consideraciones-sobre-el-crecimiento-de.html>. Accedido en noviembre de 2010
- [6] <http://es.scribd.com/doc/52367598/UNIDAD-2-FALLA-POR-FATIGA-2011-1>. Accedido en diciembre 2010.
- [7] Ensayo de fatiga en máquina de flexión rotatoria, Laboratorio de tecnologías II: Ángel Arias Hernández. – Universidad Carlos III de Madrid: Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras, 2008.
- [8] http://es.wikipedia.org/wiki/Fatiga_de_materiales. Accedido en diciembre 2010
- [9] Apuntes de fatiga, Diseño de máquinas. – Universidad Carlos III de Madrid: Departamento de ingeniería mecánica, 2008.
- [10] Elementos de máquinas: M.F. Spotts & T.E. Shoup. – Prentice Hall, séptima edición, 1999.
- [11] Diseño en ingeniería mecánica: Joseph E. Shigley & Charles R. Mischke. – McGraw-Hill, sexta edición, 2002.
- [12] Aprende Matlab 7.0 como si estuviera en primero: J. García de Jalón, J.I. Rodríguez, J. Vidal – Escuela técnica superior de ingenieros industriales, UPM, 2005.
- [13] Interfaces Gráficas en Matlab: M.C. José Jaime Esqueda Elizondo. Universidad Autónoma de Baja California, 2002.